تدريب(5-1): جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $(3)^6=729$ ب) $(7)^{-4}=\frac{1}{2401}$ جـ) $\left[\frac{1}{5}\right]^7=\frac{1}{78125}$

د) $\left[\frac{3-}{8}\right]^3=\frac{27-}{512}$ هـ) $\left[\frac{2}{6}\right]^{-2}=9$ و) $\left[\frac{6-}{8}\right]^{-1}=\frac{4-}{3}$

ز) $(2-)^{-4}=\frac{1}{16}$ ح) $(5-)^3=125-$ ط) $(178)^0=1$

تدريب(5-2): اكتب كلاً مما يأتي على صورة أسس نسبية ثم جد قيمة كل منها:

أ) $\sqrt{81}=(81)^{\frac{1}{2}}=9$ ب) $\sqrt[3]{216-}=(216-)^{\frac{1}{3}}=6-$ جـ) $\sqrt[3]{512}=(512)^{\frac{1}{3}}=8$

د) $\sqrt{\frac{36}{100}}=\left(\frac{36}{100}\right)^{\frac{1}{2}}=0.6$ هـ) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}=\left(\frac{64}{1000}\right)^{\frac{1}{3}}=0.4$ و) $\sqrt[3]{\frac{27-}{1331}}=\left(\frac{27-}{1331}\right)^{\frac{1}{3}}:\frac{3-}{11}$

تدريب(5-3): جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $(1024)^{\frac{1}{5}}=4$ ب) $(729)^{\frac{1}{6}}=3$ ج) $(512)^{\frac{1-}{3}}=\frac{1}{8}$

د) $(1296)^{\frac{1}{4}}=6$ هـ) $(144)^{\frac{1-}{2}}=12$ و) $(49\times49\times49)^{\frac{1}{6}}=7$

تدريب(5-4): عبر بالصورة العلمية عن كل من الأعداد الآتية:

أ) $0.00000000346=3.46\times10^{-9}$

ب) $9000000000000000=9\times10^{15}$

جـ) $581700000000000=5.817\times10^{14}$

د) $0.0000000000000000002=2\times10^{-19}$

تدريب(5-5): اكتب الأعداد الآتية دون استخدام الصورة العلمية:

أ) $5\times10^{10}=50000000000$

ب) 8.6×10^{-11}=0,000000000086

جـ) 4×10^{-18}=0.0000000000000004

د) 1.37×10^{20}=137000000000000000000

فكر:

هل يمكنك كتابة الأعداد الصحيحة السالبة مستعملاً قوى العدد 10؟

الحل:

نعم يمكن كتابة الأعداد الصحيحة السالبة باستعمال قوى العدد10.

مثل: -3×10^{2}=-300

إجابات التمارين والمسائل

1) عبر بالصورة العلمية عن كل من الأعداد الاتية:

أ) 9×10^{15} =9000000000000000

ب) 1.86×10^{-19}=0.0000000000000000186

جـ)- -7×10^{-12} =0.000000000007

د) 1.62×10^{6}=1620000

هـ) 1.5463×10^{2}=154.63

و) 3.20000045×10^{4}=32000.0045

2) اكتب الأعداد الآتية دون استخدام الصورة العلمية:

أ) $39\times10^{5}=3900000$

ب) $2\times10^{-8}=0.00000002$

جـ) $625\times10^{-4}=0.0625$

د) $18709\times10^{15}=18709000000000000000$

هـ) $54.82\times10^{-16}=0.0000000000000005482$

و) $139.706\times10^{11}=13970600000000$

3) جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{4}=\frac{16}{81}$ ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}=3125$ جـ) $(4)^{6}=4096$

د) $(-6)^{2}=36$ هـ) $\left(\frac{7}{9}\right)^{-3}=\frac{729}{343}$ و) $2^{8}=256$

ز) $(729)^{\frac{1}{3}}=9$ ح) $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{2}$ ط) $(256)^{\frac{-1}{4}}=\frac{1}{4}$

4) أرادت ولاء ملئ صندوق زجاجي مكعب الشكل برمل ملون، فإذا كان حجم الرمل الملون = 8000 سم^{3} ، فكم طول ضلع الصندوق؟

الحل: طول ضلع الصندوق= $\sqrt[3]{8000}$ =20سم

الدرس 2-5 قوانين الأسس (1)

تدريب(5-6): جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $(216)^{1/3}\times36=216$ ب) $(-128)^{1/7}=-2$

جـ) $\left(\frac{16}{81}\right)^{1/4}=\frac{2}{3}$ د) $\sqrt[6]{729}=3$

تدريب(5-7): جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $(15)^3=3375$ ب) $8^2\times3^2=576$

جـ) $\left[\frac{1}{7}\right]^3\times49=16807$ د) $\left[\frac{2}{5}\right]^5\times\frac{4}{15}=\frac{625}{24}$

إجابات التمارين والمسائل

1) جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $\frac{5^{-2}\times20^4}{2^7}=50$ ب) $(64)^{2/1}\times(64)^{(3/1)}=32$ جـ) $\sqrt[8/1]{16}=\sqrt{2}=1$

د) $\frac{(24)^3}{6^5\times9^{-2}}=144$ هـ) $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}$ و) $\sqrt{900}\times\sqrt{\quad}=196$

$420=$

2) جد قيمة كلٍ مما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(\sqrt{7}^3)^{-3}=\frac{1}{7}$ ب) $\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^5}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^{-5}}=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^{10}$ جـ) $\left(\frac{1}{(\sqrt{6})^{-3}}\right)=216$

د) $\left(\frac{\sqrt{3}^3\times\sqrt{2}}{\sqrt{5}^3}\right)^{12}=\frac{5184}{625}$ هـ) $(1-\sqrt{2})^{10}(1+\sqrt{2})^{10}=1$ و) $\left(\frac{256}{625}\right)^{-4/1}=\frac{5}{4}$

3) برهن أنه إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين بحيث أ ، ب ≠ صفرًا، وكان ن عدداً نسبياً على فرض أن $\left[\frac{أ}{ب}\right]^{ن}$ معرف، فإن:

$$\left[\frac{أ}{ب}\right]^{ن}=\left[\frac{ب}{أ}\right]^{ن}$$

البرهان:

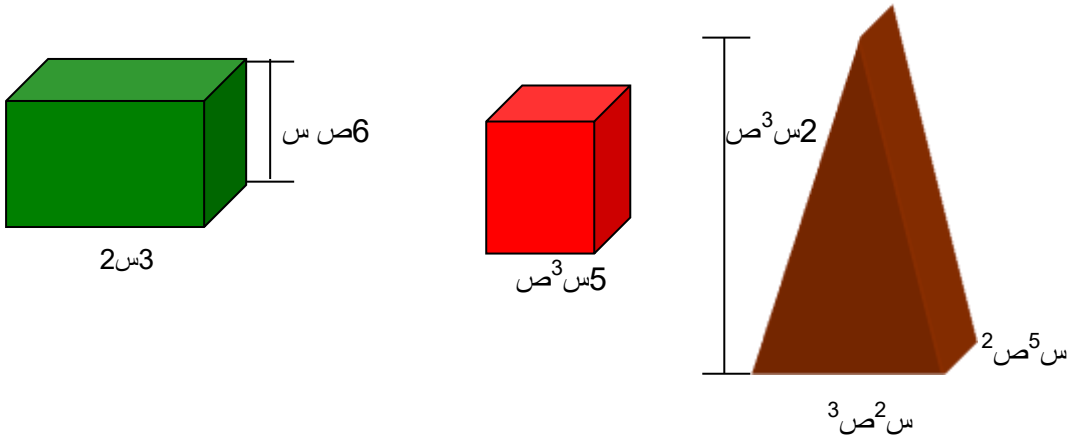
$$\left[\frac{أ}{ب}\right]^{ن}=\left[\frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}\right]=أ^{ن}\times ب^{-ن}=\left[\frac{ب^{-ن}}{أ^{-ن}}\right]=\left[\frac{ب}{أ}\right]^{-ن}$$

4) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل: 1) $س^2\times ص^2=(س\times ص)^2$ 2) $س^2\div ص^2=(س\div ص)^2$

1) لا يمكن　　2) لا يمكن

5) إذا كانت أطوال أحرف كل من الأشكال الآتية بالسنتيمترات، فعبر عن حجم كلاً منها مستخدماً الأس:



الحل:

1) حجم المنشور=2×س10 × ص6

2) حجم المكعب= 125×س2×7 ص3

3) حجم متوازي المستطيلات= س4× ص2

الدرس5-3 قوانين الأسس (2)

نشاط: جد قيمة كلٍ مما يأتي:

1) $\sqrt[3]{8^2}=4$　　2) $(\sqrt[3]{8})^2=4$

3) $\sqrt[3]{4}=8$　　4) $(\sqrt[3]{4})=8$

5) $\sqrt[(2/1)]{16}=2$　　6) $(\sqrt[(2/1)]{16})=2$

ماذا تُلاحظ؟

$\sqrt[م]{س^ن}=(\sqrt[م]{س})^ن=(س^{\frac{1}{م}})^ن=س^{\frac{ن}{م}}$

تدريب(5-8): جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $\sqrt{18} \times \sqrt{8} = 12$ ب) $\sqrt[3]{\frac{343}{1331}} = \frac{7}{11}$

جـ) $\sqrt[3]{40} \times \sqrt[3]{25} = 10$ د) $\sqrt{\frac{169}{196}} = \frac{13}{14}$

تدريب(5-9): جد قيمة كلٍ مما يأتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \frac{3}{2}$ ب) $\sqrt[3]{\frac{24}{375}} = \frac{2}{3}$

جـ) $\sqrt[4]{\left(\frac{125}{45}\right)^8} = \sqrt{\frac{5}{3}}$ د) $\sqrt{64} \times \sqrt[3]{64} = 32$

إجابات التمارين والمسائل

1) أي من العبارات الآتية صحيحة وأيها غير صحيحة؟ مع تصحيح الخطأ:

أ) $7^5 \div 7^2 = 7^3$ (√) ب) $6^4 \times 6^2 = 6^8$ (×)

جـ) $ص^3 \div ص^3 = 0$، $ص \neq$ صفر (×) د) $(9^5)^0 = (9^0)^5 = 1$ (√)

هـ) $ع^6 \div ع^2 = ع^3$ ، $ع \neq$ صفر (×) و) $0 \times 7 = 7$ (×)

2) اكتب العبارات الآتية بأسس صحيحة موجبة:

$\sqrt{\frac{س^9}{س^5}}$ ←

أ) $س^4$ ، س ≠ صفر

ب) $\sqrt[6]{\frac{م^3}{م^{-3}}}$ ، م ≠ صفر ← م

جـ) $\sqrt[5]{\frac{ص^3}{ص^8}}$ ، ص ≠ صفر ← $\frac{1}{ص}$

د) $\sqrt[7]{س^{-7}}$ ، س ≠ صفر ← $\frac{1}{س}$

هـ) $\sqrt{ن^{-6} \times (ن^{-4})^2}$ ، ن ≠ صفر ← $\frac{1}{ن^7}$

و) $\sqrt[4]{(هـ^{-2})^6}$ ، هـ ≠ صفر ← $\frac{1}{هـ^3}$

3) جد قيمة كلٍ مما يأتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{\frac{180 \times 3^3(12)}{3(3 \times 5)}} = \frac{48}{5}$

ب) $\sqrt{2 \times \frac{5(4 \times 7)}{4 7}} = \sqrt{7}^{-10}$

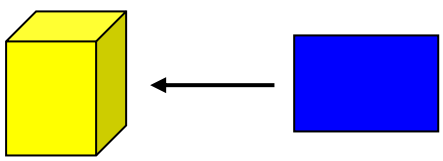
جـ) $\sqrt[3]{\frac{24 \times 3 6}{8 2 \times 7(3 \times 2)}} = \frac{512}{27}$

د) $\sqrt[8]{\frac{8- 3 \times 19 3}{11 3}} = 1$

هـ) $\sqrt[6]{(6 8)^{-2}} = \frac{1}{64}$

د) $\sqrt[3]{3375-} = 15-$

4) جد طول حرف صندوق مكعب الشكل إذا استخدم في صنعه صفيحة معدنية مساحتها 150سم^2.



الحل:

مساحة الصفيحة المعدنية=حجم الصندوق

طول حرف الصندوق= $\sqrt[3]{150}$ سم

الدرس 5-4 المعادلات الأسية

تدريب(5-10): حل المعادلات الأسية الآتية:

أ) $3^{س}=81 \leftarrow$ س=4

ب) $2^{س-1}=16 \leftarrow$ س=5

جـ) $\left(\frac{4}{7}\right)^{ص}=\frac{256}{2401} \leftarrow$ ص=4

د) $\left(\frac{1}{8}\right)^{ص-}=\frac{1}{512} \leftarrow$ ص=3

تدريب(5-11): حل المعادلات الأسية الآتية:

أ) $(0.3)^{س}=(0.0081) \leftarrow$ س=4

ب) $9^{ص}=1 \leftarrow$ ص=0

جـ) $11^{ل6}=121^{ل2} \times 11^{2} \leftarrow$ ل=1

د) $\left(\frac{1}{8}\right)^{م} \times 8^{5}=4^{6} \leftarrow$ م=1

فكر: إذا كانت $ا^{س}=1^{2}$، أجب عما يأتي:

أ) اذكر بعض الحلول الممكنة لهذه المعادلة.

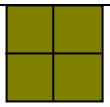
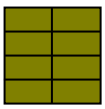
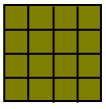
الحلول الممكنة هي: س= جميع الأعداد الحقيقية

ب) هل يمكن حصر عدد الحلول الممكنة إذا كان الأساس 1؟ لا يمكن

جـ) إذا كانت المعادلة الأسية أساسها صفر، فهل يمكن حصر عدد الحلول الممكنة لها؟ لا يمكن

إجابات التمارين والمسائل

1) أحضر ورقة مربعة الشكل، واطوها من المنتصف مراتٍ عدةً، ثم أكمل الفراغات في الجدول الآتي بعد أن تنقله إلى دفترك:

	عدد مرات الطي	عدد الأجزاء الناتجة	الصورة الأسية لعدد الأجزاء الناتجة
	0	1	$1=2^{0}$
	1	2	$2=2^{1}$
	2	4	$4=2^{\boxed{2}}$
	3	8	$8=2^{\boxed{3}}$
	4	16	$16=2^{\boxed{4}}$

2) حل المعادلات الأسية الآتية:

أ) $4^{س}=16$ ← س= 2

ب) $(0.01)^{ص}=(0.010)^{7}$ ← ص= 7

جـ) $2^{س}\times4^{س}=1024$ ← س= 2

د) $\left[\frac{5}{6}\right]^{ل}=\frac{216}{125}$ ← ل= -3

هـ) $\left(\frac{1}{4}\right)^{س+1} = \left(\frac{5}{10}\right)^{7}$ ← س= 2.5

و) $\left(\frac{1}{3}\right)^{ص} \times 27 = \left(\frac{1}{3}\right)^{7ص}$ ← ص= -0.5

3) حصل مخترع لعبة الشطرنج على مكافأة من الملك وهي حبوب من القمح: حبة قمح عن المربع الأول في لوحة الشطرنج، حبتان عن المربع الثاني، أربع حبات عن المربع الثالث وهكذا، جد الآتي:

أ) ما عدد حبات القمح التي حصل عليها في المربع التاسع؟

الحل: 2^{8} =256 حبة قمح

ب) إذا كان عدد حبات القمح التي حصل عليها في المربع س هو 2048،

جد قيمة س.

الحل: س= 12

جـ) جد عدد حبات القمح التي حصل عليها في المربع الحادي والعشرين باستخدام

الآلة الحاسبة.

الحل: عدد حبات القمح = 2^{20} =1048576حبة قمح

د) جد مجموع حبات القمح التي حصل عليها من المربعات الثمانية الأولى.

الحل: المجموع= 255 حبة قمح

مراجعة

1) يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، اختر رمز البديل الصحيح لكل منها:

(1) قيمة س التي تحقق المعادلة $3^{س-1}=27$ تساوي:

أ) 3 ب) 4 جـ) 1 د) 2

(2) العدد $7\times10^{-1}+3\times10+4\times10^{2}$ هو تحليل للعدد:

أ) 430.7 ب) 43.7 جـ) 43.07 د) 437

(3) تحليل المقدار $(س^{2}-5)$ هو:

أ) $(س-5)(س+5)$ ب) $(س-\sqrt{5})(س-\sqrt{5})$

جـ) $(س+\sqrt{5})(س+\sqrt{5})$ د) $(س-\sqrt{5})(س+\sqrt{5})$

(4) قيمة المقدار $\sqrt[3]{\frac{125س^{3}ص}{3ص^{3}س}}$ عندما س=-1، ص=3، هو:

أ) $\frac{5}{3}$ ب) $\frac{125}{27}$ جـ) $\frac{-5}{3}$ د) $\frac{-125}{27}$

(5) إحدى العبارات الرياضية الآتية صحيحة:

أ)$س^{3}\times س^{2}=س^{6}$ ب)$س^{3}+س^{2}=س^{6}$

جـ)$س^{3}\div س^{2}=س^{5}$ د)$س^{3}\times س^{2}=س^{5}$

2) اكتب الأعداد الآتية بالصورة العلمية:

أ) $350.12=3.5012\times10^{2}$

ب) $7000000=7\times10^{6}$

جـ) $4.89\times10^{10}=48900000000$

د) $6.2003 \times 10^{1} =62.003$

3) حل المعادلات الأسية الآتية:

أ) $4^{س-1}=2^{3+س}$ ← س= 5

ب) $2^{ص}=1$ ← ص= 0

جـ) $49^{2-س}=7^{2س}$ ← س= 2

د) $\sqrt{\frac{125\times3^{ص}}{5\times3^{-ص}}}=405$ ←

ص=4

4) جد قيمة كلٍ من المقادير الآتية وفق قيمة المتغيرات المعطاة إزاء كلٍ منها:

أ) $س^3ص^3-7س^2ص^5$ عندما س=2، ص=-1

الحل= 20

ب) $2^{ص+ع}\times4^{ص}+16^{ع}\times5$ عندما ع =1، ص=0

الحل= 82

جـ) $\sqrt{س^2ع^2}+\sqrt[3]{3س^3ع^5}$ عندما س=4، ع =-3

الحل= -24

5) أعد كتابة المقادير الأسية الآتية دون استخدام خط الكسر:

أ) $\frac{س^5ص^6}{س^{-4}ص^{-3}}$ ،س≠ صفر،ص≠ صفر ← الحل= $س^9ص^9$

ب) $\frac{39ع^{-5}س^2}{13س^{-1}ع^2}$ ،س≠ صفر،ع≠ صفر ← الحل= $3ع^3س^{-7}$

جـ) $\frac{7}{م^{-10}}$ ، م≠ صفر ← الحل= $7م^{10}$

د) $\frac{6ص\ ع^5س^3}{2ص^{-4}ع^{-2}}$ ،ص≠ صفر،ع≠ صفر ← الحل= $3ص^5ع^7س^3$

اختبار ذاتي

1) ضع علامة(√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة(×) أمام العبارة غير الصحيحة فيما يأتي:

أ) $ص^2+ص^2=ص^4$ (×)

ب) $(3س)^3=27س^3$ (√)

جـ) $(ب^5)^3=ب^3\times ب^3\times ب^3$ (×)

د) $ع^{11}-ع^4=ع^7$ (×)

هـ) $(-2م^4)^2=4م^8$ (√)

و) $\left[\frac{1}{9}\right]^{-2}=3^4$ (√)

ز) $\sqrt{4}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$ (√)

ح) $\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{6}$ (×)

2) ضع العدد المناسب في □ حتى تصبح العبارة صحيحة:

أ) $س^{16}\times س^{-7}=س^{5+4}=س^{9}$، $س\neq 0$

ب) $ص^{3\times 6}=ص^{18}$

جـ) $ع^2\times ل^2=(ع\times ل)^2$

د) $م^{16}\div م^{-4}=م^{-7-13}=م^{20}$، $م\neq 0$

3) اكتب المقادير الآتية بأبسط صورة:

أ) $(-2أ\ ب^2)(أ^4ب^3جـ)^2=-2أ^9ب^8جـ^2$

ب) $(\sqrt{س^3ص^2})(\sqrt{16ص^{-4}س^5})=4س^4ص^{-1}$، ص>صفر، س< صفر

جـ) $\frac{ص^5+ص^3}{ص^3}=(ص^2+1)$ ، $ص\neq 0$

د) $\frac{ل^3-ل^5}{ل^4-ل^5}=\frac{ل+1}{ل}$ ، $ل\neq 0، ل\neq 1$

هـ) $(10س^7)\div(-5س^{-8})=-2س^{15}$، $س\neq 0$

$$\sqrt{\frac{أ^6ب^{10}}{ب^7أ^{15}}}$$

و) ^{3} = $أ^{-3}ب$ ، أ≠0، ب≠0

4) إذا كانت س=4، ص=3، جد قيمة كلٍ مما يأتي:

أ) $\sqrt{\frac{س^{2}ص^{3}}{س\ ص^{5}}} = \frac{2}{3}$

ب) $(\sqrt[3]{س^{-2}ص^{7}})(\sqrt[3]{س^{6}ص^{-4}}) = 12\sqrt[3]{4}$

جـ) $\frac{(س^{2}-3ص)^{5}}{(س^{2}-3ص)^{2}} = 343$

د) $\left(\frac{س^{3}}{ص^{4}}\right)^{2} \times \left(\frac{ص^{3}-}{س^{2}}\right)^{4} = \frac{81}{16}$

5) حل المعادلات الأسية الآتية:

أ) $11^{س} = 1331$ ← س = 3 ب) $4^{ص} \times 8^{ص^{2}} = 256$ ← ص = 1

جـ) $\frac{18^{ع}}{32} = 3^{2ع}$ ← ع = 5 د) $25^{س} \times 7^{س^{2}} = 1$ ← س = 0

هـ) $7^{3س^{1+}} = 49^{س}$ ← س = 1- و) $(1000)^{ص^{1+}} = (10)^{ص^{2}-1}$ ← ص = -

ز) $2\times6^{ع-2} = 12\times6^{-7ع}$ ← ع = 5 ح) $(8)^{4س^{1+}} \times (4)^{س^{2}-} = 1^{س}$ ← $س = \frac{3-}{8}$

6) اكتب العبارات الآتية بأسس صحيحة موجبة:

أ) $\left(\frac{س^{2}}{س^{8}}\right) = \frac{1}{س^{6}}$ ، س≠0 ب) $ن^{-5} = \frac{1}{ن^{5}}$ ، ن≠0

جـ) $(م^{-8})^{3} = \frac{1}{س^{24}}$ ، م≠0 د) $\frac{س^{-3}ع^{-3}}{ع^{4}س^{-8}} = س^{5}ع^{-7}$ ، ع≠0، س≠0

7) خزان ماء على شكل متوازي مستطيلات، ارتفاعه(5س) م، قاعدته مربعة الشكل. جد طول ضلع القاعدة إذا كانت سعة الخزان($20س^{3}$)متر مكعب.

الحل: حجم متوازي المستطيلات= الطول×العرض×الارتفاع

=(طول ضلع القاعدة)^2×الارتفاع

طول ضلع القاعدة= 2س متر

8) جد قيمة كل مما يأتي:

أ) $\left(\frac{2\sqrt{\ }}{2\sqrt{\ }^3}\right)^6 = 2$

ب) $\frac{(2-\sqrt{7})^8}{(2-\sqrt{7})^{10}} = \frac{1}{11-4\sqrt{7}}$

الرياضيات – الصف التاسع - الوحدة السادسة

الهندسة الإحداثية

تهيئة

1) أكتب نص نظرية فيثاغورس.

الحل:

في المثلث القائم الزاوية، مساحة المربع المنشأ على الوتر يساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين.

2) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، إذا كان أ ب=(4)سم، أ جـ =(10)سم، جد ب جـ.

الحل:

ب جـ = $\sqrt{84}$

3) ما ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-1، 5) ، (2، -3)؟

الحل:

الميل= $\frac{8}{3}$

4) أرسم المستوى الإحداثي وعين عليه كل نقطة من النقاط الآتية:

أ (0، 0)

ب (1، 3)

جـ (-2، 5)

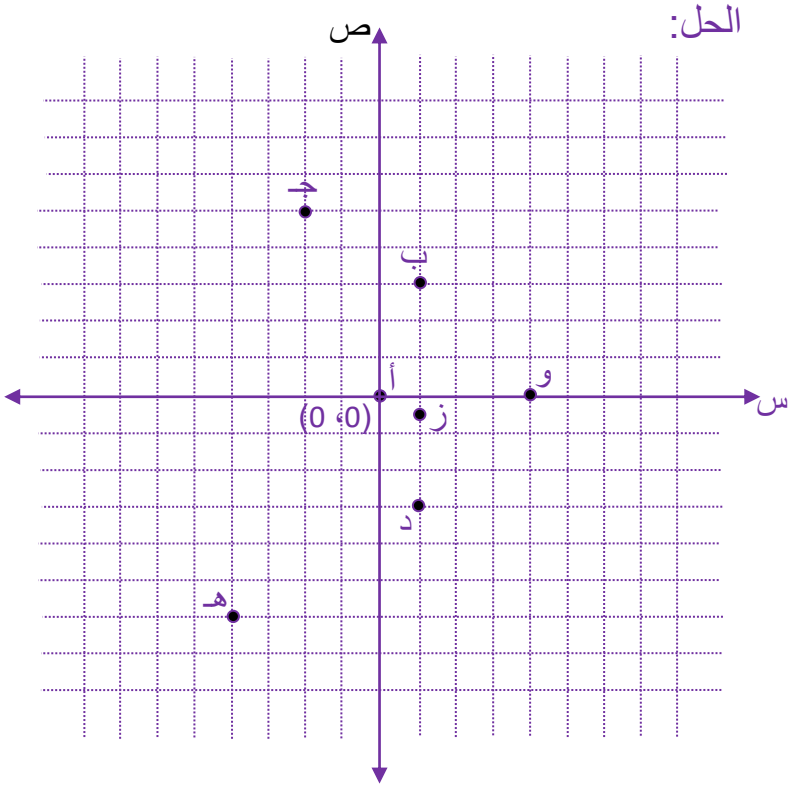
د (1، -3)

هـ (-4، -6)

و (4، 0)

ز (1 ، $\frac{-1}{2}$)

الحل:



5) أي من النقاط الآتية تحقق المعادلة ($س^2$+ $ص^2$-2س=1)؟

أ (-2، 1)

ب (2، 1)

جـ (2، -1)

د (1، $\sqrt{2}$)

الحل:

ب، جـ، د

6) حل كل معادلة من المعادلات الآتية:

أ) 2س + 5= -17

ب) $\frac{\text{أ} + 3}{2}$ = -5

جـ) $\frac{3}{5}$ س - 1= -6

د) س^2- 5=11

الحل:

أ) س= -11

ب) أ= -13

جـ) س= $\frac{-25}{3}$

د) س= 4، س= -4

7) حل كل معادلة من المعادلتين الآتيتين بإكمال المربع:

أ) س^2+6س+5= صفراً

ب) س^2- 8س-5= صفراً

الحل:

أ) (س+3)^2= 4

س= -1، س= -5

ب) (س- 4)^2= 21

س= 4+ $\sqrt{21}$ ، س= 4- $\sqrt{21}$

8) إذا كان (س+1 ،5)=(4، 2ص-1)، فجد قيمة كل من س، ص.

الحل:

س= 3

ص= 3

9) جد الزوج المرتب (س، ص) الذي يحقق كلاً من المعادلتين الآتيتين معاً:

2س+ص=5

س- ص=4

الحل:

(3، -1)

الدرس(6- 1)المسافة بين نقطتين

تدريب(6- 1): جد طول $\overline{\text{ل هـ}}$ ، حيث ل(3، -1)، هـ (-2، 2).

الحل:

ل هـ = $\sqrt{34}$

تدريب(6- 2): إذا كانت النقاط أ(1، 2)، ب(5، 6)، جـ (7، 4)، د(3، 0) نقاطاً في المستوى الإحداثي، بيّن أن الشكل الرباعي أب جـ د مستطيل.

الحل:

أطوال الأضلاع هي:

أب= $\sqrt{32}$

جـ د= $\sqrt{32}$

ب جـ= $\sqrt{8}$

أد= $\sqrt{8}$

أطوال القطرين هما:

أجـ= $\sqrt{40}$

ب د= $\sqrt{40}$

أب جـ د شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويين في الطول وقطراه متساويان، فهو مستطيل.

تدريب(6- 3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

أب= $\sqrt{17}$

أو= $\sqrt{13}$

(و) أقرب على (أ) من (ب)، (و) هو المركز الصحي المناسب.

إجابات تمارين ومسائل

1) جد المسافة بين كل زوج من النقاط الآتية:

أ) (2، -4)، (-3، 8)

ب) (-1، 5)، (-4، -2)

جـ) (-5، 4)، (7، -1)

د) (م، هـ+1)، (م-5، هـ-7)

هـ) (5، -4)، (5، 8)

الحل:

أ) 13

ب) $\sqrt{58}$

جـ) 13

د) 10

هـ) 12

2) إذا كانت النقطة م(2، 1) تمثّل موقع سيارة، والنقاط أ(5، 0)، ب(6، 2)،

جـ (4، 3) تمثل مواقع ثلاث محطات وقود، أي المحطات الثلاث أقرب إلى السيارة؟

الحل:

م أ= $\sqrt{10}$

م ب= $\sqrt{17}$

م جـ= $\sqrt{8}$

(جـ) هي المحطة الأقرب.

3) إذا كانت $\overline{أ\ ب}$ قطعة مستقيمة طولها (5) وحدات، وكانت أ(ل، 4)، ب(7، 1)، فجد جميع القيم الممكنة للثابت ل.

الحل:

ل= 3، ل= 11

4) م ن ل مثلث فيه م(2، 1)، ن(5، 5)، ل(-2، 4)، ما نوع المثلث م ن ل من حيث أطوال أضلاعه؟

الحل:

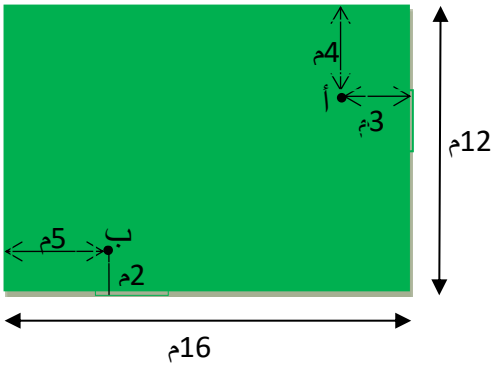
م ن= 5

ن ل= $\sqrt{50}$

م ل= 5

م ن ل مثلث متساوي الساقين

5) يمثّل الشكل(6-8) حديقة مستطيلة الشكل، النقطتان أ، ب تمثلان موقع حنفيتين لري المزروعات، نريد أن نصل بين الحنفيتين بأنبوب مستقيم، ما طول الأنبوب؟



الشكل(6-8)

الحل:

النقطة أ(13، 8)، النقطة ب(5، 2)

أب= 10 م

6) إذا كانت القطعة المستقيمة أب قطراً في دائرة طول نصف قطرها 6,5سم، وكانت النقطة أ(ع، -4)، النقطة ب(2ع، ع+3).

جد جميع القيم الممكنة للثابت ع.

الحل:

ع= 5، ع= -12

7) أرسم المستوى الإحداثي، وعيّن عليه النقاط الآتية:

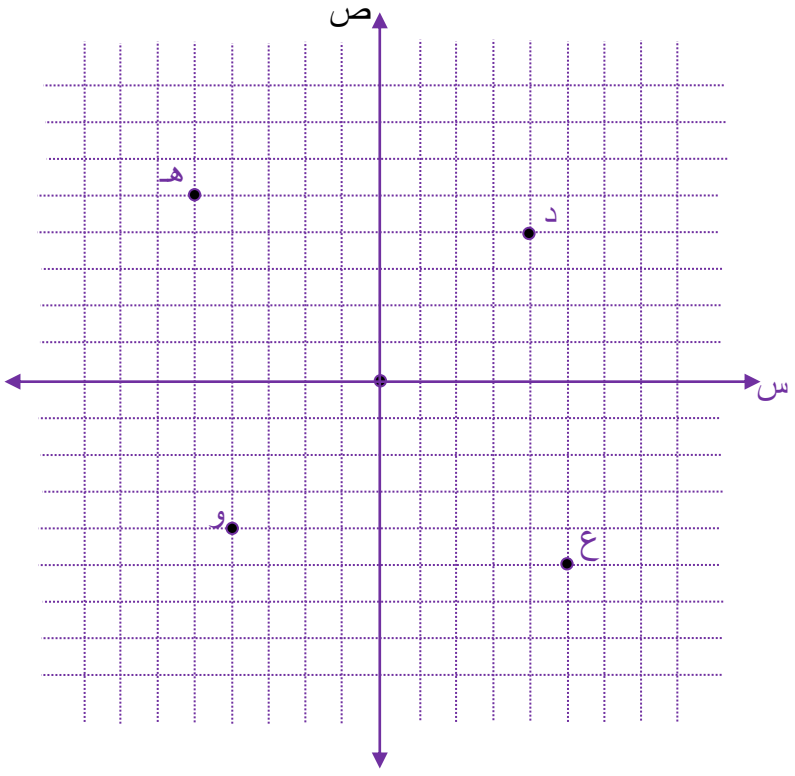
د(4، 4)، هـ (-5، 5)، و(-4، -4)، ع(5، -5)

أ) جد أطوال أضلاع الشكل الرباعي دهـ وع.

ب) ما نوع الشكل الهندسي دهـ وع؟

جـ) جد طول كل من قطري الشكل دهـ وع

الحل:



أ) دهـ= $\sqrt{82}$

هـ و= $\sqrt{82}$

و ع= $\sqrt{82}$

ع د= $\sqrt{82}$

ب) متوازي أضلاع، معين

جـ) دو= $\sqrt{128}$

هـ ع= $\sqrt{200}$

8) دائرة مركزها النقطة م(-5، 3) وتمر بالنقطة هـ (3، 9):

أ) ما طول قطرها؟

ب) إذا كانت النقطة و(1، ك) تقع على الدائرة، جد جميع القيم الممكنة للثابت ك.

الحل:

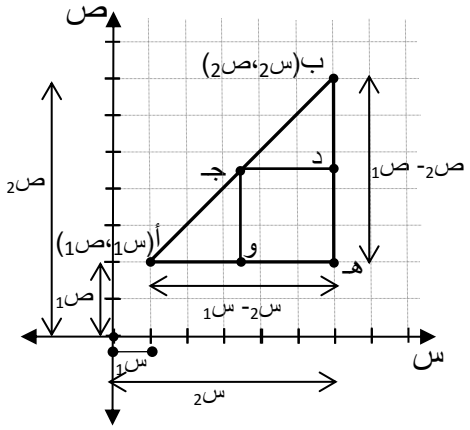
أ) طول قطر الدائرة= 20

ب) ك= 11، ك= 8

الدرس(6- 2)إحداثيا نقطة منتصف قطعة مستقيمة

تدريب(6- 4): بيّن أن الإحداثي الصادي للنقطة جـ = $\frac{ص_1 + ص_2}{2}$.

الحل:



يمثّل الشكل(6-10) النقطتين أ(س1،ص1)،

ب(س2،ص2) في المستوى الإحداثي، النقطة جـ نقطة منتصف القطعة المستقيمة أب.

المثلثان جـ و أ، ب هـ أ مثلثان متشابهان.

ينتج من التشابه تناسب الأضلاع المتناظرة:

$$\frac{جـ\ و}{ب\ هـ} = \frac{و\ أ}{هـ\ أ} = \frac{جـ\ أ}{ب\ أ} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\text{جـ و}}{\text{ب هـ}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{جـ و} = \frac{1}{2} \text{ ب هـ}$$

$$\text{جـ و} = \frac{1}{2} (\text{ص}_2 - \text{ص}_1)$$

الإحداثي الصادي للنقطة جـ = $\text{ص}_1 + \text{جـ و}$

$$= \text{ص}_1 + \frac{1}{2} (\text{ص}_2 - \text{ص}_1)$$

$$= \text{ص}_1 + \frac{1}{2} \text{ص}_2 - \frac{1}{2} \text{ص}_1$$

$$= \frac{1}{2} \text{ص}_1 + \frac{1}{2} \text{ص}_2$$

$$= \frac{\text{ص}_1 + \text{ص}_2}{2}$$

تدريب(6- 5): جد إحداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة جـ د، حيث جـ (2، 4)، د(-2، -6)،

الحل:

(0، -1)

تدريب(6- 6): إذا كانت النقطة م(4، -1)، وكانت النقطة ن(0، 2) نقطة منتصف القطعة المستقيمة م ل، فما إحداثيا النقطة ل؟

الحل:

(-4، 5)

تدريب(4): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

أ(23، 16)، ب(13، 10)

نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب هي (18، 13)، وهي الموقع المطلوب.

إجابات تمارين ومسائل

1) إذا كانت النقاط أ(2، -1)، ب(8، -1)، جـ (8، 7) رؤوس مثلث، وكانت النقاط د، هـ ، و منتصفات الأضلاع $\overline{أب}$، $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ جـ}$ على الترتيب:

أ) جد إحداثيي كل من النقاط د، هـ ، و؟

ب) جد محيط المثلث أب جـ.

جـ) جد محيط المثلث دهـ و. ماذا تلاحظ؟

الحل:

أ) د(5، -1)، هـ(8، 3)، و(5، 3)

ب) محيط المثلث أب جـ = أ ب+ ب جـ + أجـ

= 6+ 8+ 10= 24

جـ) محيط المثلث دهـ و= دهـ+ هـ و+ دهـ

= 5+ 3+ 4= 12

نلاحظ أن محيط المثلث دهـ و= $\frac{1}{2}$ محيط المثلث أب جـ.

2) إذا كانت النقطة م(-2، 3) مركز المربع أب جـ د، وكانت النقطة أ(-4، 6):

أ) جد طول قطر المربع ؟

ب) جد إحداثيي النقاط ب، جـ ،د.

الحل:

أ) قطر المربع أجـ= 2(أم)= 2($\sqrt{13}$)

ب) جـ(0، 0)، ب(-5، 1)، د(1، 5)

3) إذا كانت النقاط أ(س+1، ص-1)، ب(س+2، 5)، م(0,5، 4)، وكانت النقطة م نقطة منتصف القطعة المستقيمة أب، فما قيمة كل من س ، ص؟

الحل:

س= -1، ص= 4.

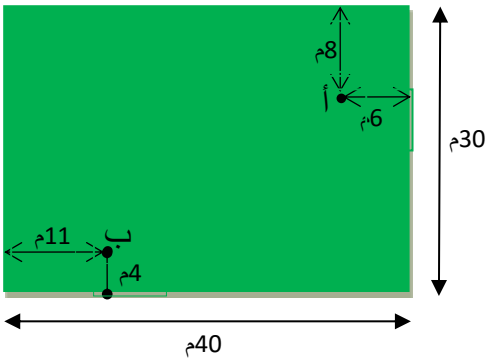
4) إذا كانت النقاط أ($س^2$، 2)، ب($س^2$+2، $ص^2$+ص)، م(2، 4)، وكانت النقطة م نقطة منتصف $\overline{أب}$ ، فجد قيم كل من س، ص.

الحل:

س= 1، س= -1

ص= 2، ص= -3

5) يمثّل الشكل(6-11) حديقة مستطيلة الشكل، النقطتان أ، ب تمثلان موقع حنفيتين لري المزروعات، يريد صاحب المزرعة أن يضع حنفية ثالثة في منتصف المسافة بين الحنفيتين، ساعد صاحب المزرعة في تحديد موقع الحنفية الثالثة.



الشكل(6-11)

الحل:

أ(34، 22)، ب(11، 4)

نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب هي (22,5، 13)، وهي الموقع المطلوب.

الدرس(6- 3)معادلة الخط المستقيم

تدريب(6- 8): جد معادلة الخط المستقيم الذي ميله (-5)، ويمر بنقطة الأصل.

الحل:

ص= -5س

تدريب(6- 9): إذا كانت النقطتان أ(-1، 4)،ب(-2، 5)، فما معادلة الخط المستقيم أب؟

الحل:

ص= - س+ 3

تدريب(6- 10): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

معادلة الخط المستقيم الذي يمثل الموقع بالنسبة للزمن هي:

ص=160س

عندما س= 1,75 ، ص= 280 كم.

تدريب(6- 11): ما معادلة الخط المستقيم الذي ميله (4)، ومقطعه السيني (5)؟

الحل:

ص= 4س- 20

إجابات تمارين ومسائل

1) أي من النقاط الآتية تقع على الخط المستقيم الذي معادلته (ص=2س- 1)؟

أ (2، 5)

ب (-1، -3)

جـ (3، 5)

د (م، 2م- 1)

هـ (1، 0)

و (ك+1، 2ك+1)

الحل:

ب، جـ، م، و

2) أكتب معادلة الخط المستقيم في كل حالة من الحالات الآتية:

أ) ميله (-3)، ويمر بالنقطة (4، -1)

ب) يمر بالنقطتين (-1، 0)، (4، 3)

جـ) ميله (2)، ومقطعه السيني (-5)

د) ميله (-1)، ومقطعه الصادي (4)

هـ) مقطعه السيني (3)، ومقطعه الصادي (-3)

و) يوازي محور السينات ومقطعه الصادي (6)

الحل:

أ) ص= -3س+ 11

ب) ص= $\frac{3}{5}$ س+ $\frac{3}{5}$

جـ) ص= 2س+ 10

د) ص= - س+ 4

هـ) ص= س- 3

و) ص= 6

3) جد إحداثيي نقطة تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته (3س+2ص=6) مع محور السينات.

الحل:

(2، 0)

4) جد إحداثيي نقطة تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته (5س- 3ص=12) مع محور الصادات.

الحل:

(0، -4)

5) جد كلاً من المقطع السيني والمقطع الصادي للخط المستقيم الذي معادلته

4ص = 3س – 24

الحل:

المقطع السيني (8، 0)

المقطع الصادي(0، -6)

6) ما معادلة الخط المستقيم الذي ميله (-2)، ويمر بنقطة تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته (س+5ص=15) مع محور الصادات؟

الحل:

المقطع الصادي للمستقيم المعطى (0، 3)

المعادلة المطلوبة: ص= -2س+ 3

7) الخط المستقيم ل يمر بالنقطتين (3ك، 1)، (ك، 4- ك)، وميله (2):

أ) ما قيمة الثابت ك؟

ب) ما معادلة الخط المستقيم ل؟

الحل:

أ) ك= -1

ب) ص= 2س+ 7

8) جد إحداثيي نقطة تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته 2س+3ص = 7، مع الخط المستقيم الذي معادلته ص= 5.

الحل:

(-4، 5)

9) جد نقطة تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته س- 3ص = -2، مع الخط المستقيم الذي معادلته س+ ص= 6

الحل:

(4، 2)

10) إذا كانت النقطتان أ(2، 3)، ب(-2، 4)، وكان الخطان المستقيمان أجـ ، ب جـ متقاطعين في النقطة جـ ، وكان ميل كل منهما -1، 2 على الترتيب، ما إحداثيا النقطة جـ ؟

الحل:

(-1، 6)

11) إذا كانت النقاط ن(1، 3)، هـ (3، -3)، ك(2، -4)، و(1، -1) نقاطاً في المستوى الإحداثي، فجد:

أ) معادلة الخط المستقيم ن هـ.

ب) معادلة الخط المستقيم ك و.

جـ) نقطة تقاطع الخطين المستقيمين ن هـ ، ك و(إن وجدت).

الحل:

أ) ص= -3س+ 6

ب) ص= -3س+ 2

جـ) لا يوجد، أي أن المستقيمين متوازيان.

الدرس(6- 4)معادلة الدائرة

تدريب(6- 12): ما معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (-1، 6)؟

الحل:

$س^2 + ص^2 = 37$

تدريب(6- 13): إذا كانت النقطتان أ(5، -12)، ب(-5، 12) نهايتي قطر في دائرة مركزها النقطة م:

أ) ما إحداثيا مركز الدائرة م؟

ب) ما طول نصف قطر الدائرة؟

جـ) ما معادلة الدائرة؟

الحل:

أ) م(0، 0)

ب) طول نصف قطر الدائرة= 13

جـ) $س^2 + ص^2 = 169$

تدريب(6- 14)

أ) جد معادلة الدائرة التي مركزها النقطة(7، 0) وتمر بالنقطة(-1، 6).

ب) جد إحداثيي نقطة المركز وطول قطر الدائرة التي معادلتها

$(س- 5)^2 + (ص+ 3)^2 = 49$

الحل:

أ) $(س- 7)^2 + ص^2 = 100$

ب) المركز (5، -3)، طول نصف قطر الدائرة= 7

تدريب(6- 15): جد إحداثيي نقطة المركز وطول قطر الدائرة التي معادلتها

$س^2 + ص^2 + 2س- 6ص- 15 =$ صفراً

الحل:

الصورة القياسية لمعادلة هذه الدائرة هي: $(س+1)^2 + (ص- 3)^2 = (5)^2$

المركز(-1، 3)، طول نصف القطر= 5

تدريب(6- 16): حل تدريب(6- 15) باستخدام الصورة العامة لمعادلة الدائرة.

الحل:

المركز(د، هـ)= (- نصف معامل س، - نصف معامل ص)

المركز(-1، 3)

طول نصف القطر= $\sqrt{(-1)^2 + (3)^2 - (-15)}$ = 5

تدريب(6- 17): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

أ) دائرة.

ب) $س^2 + ص^2 = 3600$

إجابات تمارين ومسائل

1) اكتب معادلة الدائرة في كل حالة من الحالات الآتية:

أ) مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها 2 وحدة.

ب) مركزها النقطة (-1، 3) وطول قطرها 14 وحدة.

جـ) مركزها النقطة (4، -1) وتمر بالنقطة (9، -2).

د) مركزها النقطة (5، 3) وتمس محور السينات.

هـ) طول قطرها 6 وحدات وتمس كلاً من محور السينات ومحور الصادات (جد جميع الحلول الممكنة).

الحل:

أ) $س^2 + ص^2 = 4$

ب) $(س+1)^2 + (ص- 3)^2 = (7)^2$

جـ) $(س- 4)^2 + (ص+1)^2 = 26$

د) $(س- 5)^2 + (ص- 3)^2 = (3)^2$

هـ) $(س- 3)^2 + (ص- 3)^2 = (3)^2$

$(س+3)^2+(ص-3)^2=(3)^2$

$(س+3)^2+(ص+3)^2=(3)^2$

$(س-3)^2+(ص+3)^2=(3)^2$

2) جد إحداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

أ) $س^2+ص^2=121$

ب) $(ص-2)^2+(س+4)^2=18$

جـ) $(3س-6)^2+(3ص+12)^2=36$

د) $س^2+ص^2=4س-10ص-28$

هـ) $س^2+ص^2-8س=12$

الحل:

أ) المركز(0، 0)، طول نصف القطر= 11

ب) المركز(-4، 2)، طول نصف القطر= $\sqrt{18}$

جـ) المركز(2، -4)، طول نصف القطر= 2

د) المركز(2، -5)، طول نصف القطر= 1

هـ) المركز(4، 0)، طول نصف القطر= $\sqrt{28}$

3) حدد موقع كل نقطة من النقاط الآتية بالنسبة للدائرة التي معادلتها

$(س-5)^2+(ص+1)^2=9$

ن(2، -1)، و(1، 0)، ل(4، -2)، ك(5، -1)

الحل:

النقطة ن على الدائرة

النقطة و خارج الدائرة

النقاط ل، ك داخل الدائرة

4) ما معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (4، 1) وتمس الخط المستقيم الذي معادلته ص= -2؟

الحل:

طول نصف قطرها= بعد المركز (4، 1) عن المستقيم الأفقي الذي معادلته ص= - 2

طول نصف القطر= 3

معادلة الدائرة هي: $(س- 4)^2 + (ص- 1)^2 = (3)^2$

5) ما معادلة الدائرة التي يقع مركزها على الخط المستقيم الذي معادلته س= 5، وتمس محور الصادات عند النقطة (0، 3)؟

الحل:

المركز(5، 3)، وطول نصف قطرها= 5

معادلة الدائرة هي: $(س- 5)^2 + (ص- 3)^2 = (5)^2$

مراجعة

1) إذا كانت النقطتان أ(-5، 1)، ب(0، -3) نقطتين في المستوى الإحداثي، فأجب عما يأتي:

أ) جد طول القطعة المستقيمة أب.

ب) جد إحداثيي نقطة منتصف القطعة المستقيمة أب.

جـ) جد معادلة الخط المستقيم أب.

د) جد معادلة الدائرة التي تكون $\overline{أ ب}$ قطراً فيها.

الحل:

أ) أب= $\sqrt{41}$

ب) (-2,5، -1)

جـ) ص= -0,8س - 3

د) $(س+ 2,5)^2 + (ص+ 1)^2 = 41$

2) إذا كانت النقطتان م(-1، 7)، ن(س، 1) نقطتين في المستوى الإحداثي، وكانت النقطة جـ (3، ص) نقطة منتصف القطعة المستقيمة م ن، فما قيمة كل من س، ص؟

الحل:

س= 7، ص= 4

3) إذا كانت النقاط ل(-1، 3)، ن(5، 1)، هـ (1، -1) رؤوس مثلث، فجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة منتصف الضلع ن ل، والرأس هـ .

الحل:

منتصف الضلع ن ل هي النقطة (2، 2)

معادلة المستقيم هي: ص= 3س- 4

4) جد معادلة الخط المستقيم في كل مما يأتي:

أ) ميله 4، ويمر بالنقطة (-1، 7)

ب) يمر بالنقطتين (2، -1)، (5، 13)

جـ) ميله (-3) ويمر بنقطة الأصل.

د) مقطعه الصادي 6، ويوازي محور السينات.

هـ) مقطعه السيني (-3)، ومقطعه الصادي (2).

الحل:

أ) ص= 4س+ 11

ب) ص= $\frac{14}{3}$ س- $\frac{31}{3}$

جـ) ص= -3س

د) ص= 6

هـ) ص= $\frac{2}{3}$ س+ 2

5) إذا كانت النقاط أ(1، 6)، ب(-1، 2)، جـ (5، 1) نقاطاً في المستوى الإحداثي، فما معادلة الدائرة التي مركزها نقطة منتصف القطعة المستقيمة أب، وتمر بالنقطة جـ؟

الحل:

المركز(0، 4)

طول نصف القطر= $\sqrt{34}$

معادلة الدائرة هي: $(س)^2 + (ص- 4)^2 = 34$

6) ما معادلة الخط المستقيم الذي ميله (2)، ويمر بمركز الدائرة التي معادلتها $(2س-2)^2+(2ص+4)^2= 100$؟

الحل:

المركز(1، -2)

المعادلة: ص= 2س- 4

7) إذا كان أب جـ مثلثاً فيه النقطة أ(2، 3)، وكانت النقطة د(3، 5) منتصف القطعة المستقيمة أب، النقطة هـ (-1، 4,5) منتصف القطعة المستقيمة أجـ:

أ) جد إحداثيي كل من النقطتين ب، جـ .

ب) بيّن أن المثلث أب جـ قائم الزاوية في أ.

الحل:

أ) ب(4، 7)، جـ(-4، 6)

ب) أ(2، 3)، ب(4، 7)، جـ(-4، 6)

أب=$\sqrt{20}$، ب جـ=$\sqrt{65}$، أجـ= $\sqrt{45}$

(أب)^2+ (أجـ)^2= (ب جـ)^2، أي أن المثلث أب جـ قائم الزاوي في أ حسب معكوس نظرية فيثاغورس.

8) جد إحداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

أ) س^2+ ص^2=64

ب) (ص+1)^2+ س^2=81

جـ) (2س-6)^2+(2ص+12)^2=36

د) 2س^2+ 2ص^2=4س- 12ص- 12

الحل:

أ) المركز(0، 0)، طول نصف القطر= 8

ب) المركز(0، -1)، طول نصف القطر= 9

جـ) المركز(3، -6)، طول نصف القطر= 3

د) المركز(1، -3)، طول نصف القطر= 2

9) إذا كانت النقطة ك(ن، -1) تقع على محيط الدائرة التي معادلتها

(س-1)^2+(ص-5)^2=40

جد جميع القيم الممكنة للثابت ن.

الحل:

ن= 3، ن= -1

10) جد إحداثيي كل من نقطتي تقاطع الخط المستقيم الذي معادلته(ص= 3) مع الدائرة التي معادلتها (س+2)^2+(ص-5)^2=29

الحل:

(3، 3)، (-7، 3)

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من ثمان فقرات من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح لكل فقرة:

(1) إذا كانت النقطتان و(2، 1)، م(-2، -2) نقطتين في المستوى الإحداثي، فإن طول القطعة المستقيمة وم يساوي:

أ) 7 ب) 25 جـ) 5 د) 1

(2) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $9س^2+9ص^2=900$؟

أ) 450 ب) 30 جـ) 50 د) 10

(3) ما إحداثيا مركز الدائرة التي معادلتها $س^2+ ص^2-6س+8ص-10=0$؟

أ) (3، -4) ب) (-3، 4) جـ) (6، -8) د) (-6، 8)

(4)أي من النقاط الآتية تقع على محيط الدائرة التي معادلتها

$س^2+(ص-1)^2=25$؟

أ) (5، 0) ب) (0، 5) جـ) (0، 4) د) (0، -4)

(5) إذا كانت النقطتان هـ (1، 3)، و(3، -1) نقطتين في المستوى الإحداثي، وكانت النقطة هـ نقطة منتصف القطعة المستقيمة و ل، فما إحداثيا النقطة ل؟

أ) (2، 1) ب) (-1، 7) جـ) (4، 2) د) (1، -7)

(6) معادلة الخط المستقيم الذي ميله (5) ويمر بنقطة الأصل هي:

أ) ص=5 ب) ص=5س جـ) ص= س+5 د) س=5ص

(7) أي من المعادلات الآتية تمثل معادلة دائرة؟

أ)$س^2+ ص=25$ ب) $س^2- ص^2=25$

جـ) $س^2+4ص^2=25$ د) $س^2=25- ص^2$

(8) ميل الخط المستقيم الذي معادلته (ص-3)=2(3- س) يساوي:

أ)3 ب) -3 جـ) -2 د) 2

الحل:

(1) جـ) 5

(2) د) 10

(3) أ) (3، -4)

(4) د) (0، -4)

(5) ب) (-1، 7)

(6) ب) ص=5س

(7) د) $س^2$=25- $ص^2$

(8) جـ) 2-

2) أب جـ مثلث رؤوسه النقاط أ(1، 1)، ب(1، 7)، جـ (8، 4):

أ) بيّن أن المثلث أب جـ متساوي الساقين.

ب) ما مساحة المثلث أب جـ؟

الحل:

أ) أجـ= √58 ، ب جـ= √58 ، نلاحظ أن أجـ= ب جـ

ب) القاعدة أب= 6، الارتفاع= بعد النقطة جـ عن القاعدة أب= 7

مساحة المثلث أب جـ= 21 وحدة مربعة.

3) ما معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-1، 5)، (1، -3)؟

الحل:

ص= -4س+ 1

4) ما معادلة الدائرة التي طول قطرها (10) وحدات ومركزها النقطة (-2، 1)؟

الحل:

$(س+ 2)^2 + (ص- 1)^2 = (5)^2$

5) إذا كانت النقاط ك(3، 1)، ن(-1، -5)، ل(س، ص) نقاطاً في المستوى الإحداثي، وكان ميل الخط المستقيم ك ل يساوي (1)، وميل الخط المستقيم ن ل يساوي (2)، فجد إحداثيي النقطة ل.

الحل:

(1، -1)

6) إذا كانت النقطة (3، 5) تقع على محيط دائرة مركزها النقطة (د، 2)، وكان طول نصف قطر الدائرة يساوي 5:

أ) جد جميع القيم الممكنة للثابت د.

ب) جد معادلة الدائرة في كل حالة.

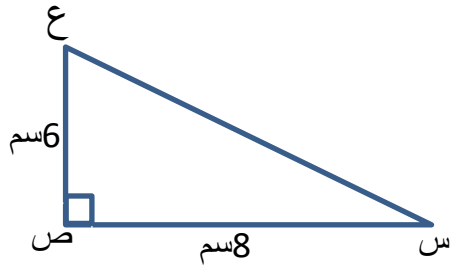
الحل:

أ) د= 7، فتكون معادلة الدائرة: $(س- 7)^2 + (ص- 2)^2 = (5)^2$

د= -1، فتكون معادلة الدائرة: $(س+ 1)^2 + (ص- 2)^2 = (5)^2$

تهيئة

1) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 8سم، ص ع =6سم،
جد طول س ع.



الحل:

$(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$

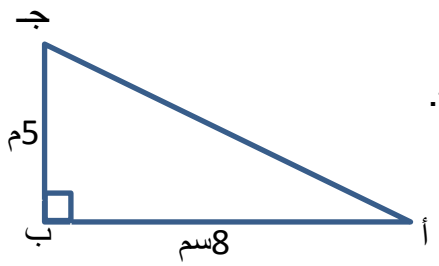
$(\text{س ع})^2 = 64 + 36$

$(\text{س ع})^2 = 100$ ومنه، س ع = 10سم

2) يقف حمزة على نقطة (أ) تبعد 12م عن قاعدة بناية ارتفاعها 5م.

أ) ارسم شكلاً هندسياً يوضح المسألة.

ب) جد البعد بين النقطة (أ) وقمة البناية.



الحل:

$(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{أ جـ})^2 = 64 + 25$

$(\text{أ جـ})^2 = 89$ ومنه، أ جـ = $\sqrt{89}$ = 9.43متراً تقريباً.

3) ما مجموع قياسات زوايا المثلث؟

الحل:

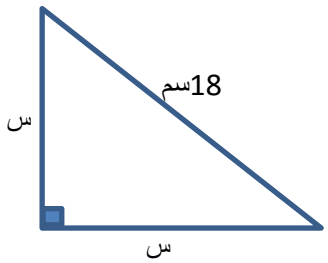
مجموع قياسات زوايا المثلث = **360°**

4) مثلث قائم الزاوية قياس احدى زواياه الحادة يساوي 35°، فما قياس الزاوية الثالثة؟

الحل:

قياس الزاوية الثالثة = 90° - 35° = 55°

5) جد طول الضلع المجهول في المثلث الآتي:



الحل:

$(18)^2 = (س)^2 + (س)^2$

$324 = 2س^2$

$س^2 = 162$ ومنه، س = $\sqrt{162}$ سم = **9** سم [2]

6) حل كلاً من المعادلات الآتية:

أ) $س^2 + 0.36 = 1$

الحل:

$س^2 = 1 - 0.36 = 0.64$

$س = 0.8$

ب) $\frac{س}{5} = 0.4$

الحل:

$س = 5 \times 0.4 = 2$

جـ) $\frac{3}{ص} = 2$

الحل:

ص × 2 = 3

2ص = 3 ومنه، ص = $\frac{3}{2}$ = 1.5

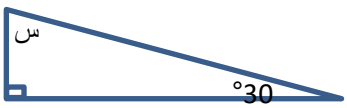
د) 5س + 3 = 2س – 90

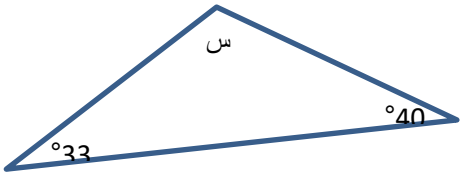
الحل:

5س - 2س = - 90 -3

3س = -93 ومنه ، س = -93 ÷ 3 = -31

7) ما قياس الزوايا المجهولة في المثلثات الآتية:





الحل:

في المثلث الأول:

س = 180° - (40° + 33°)

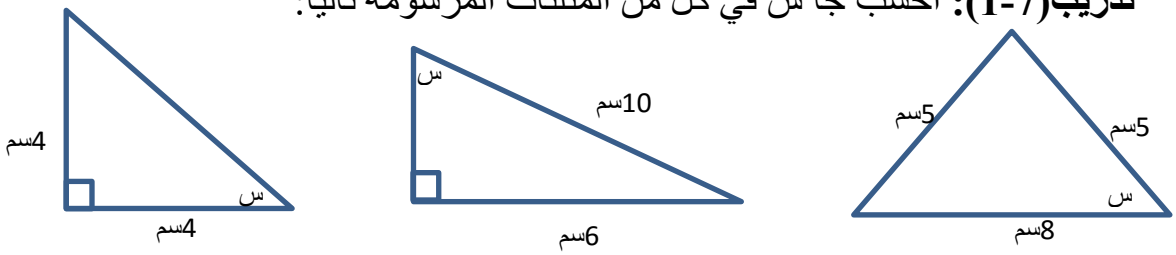
س = 180° - 73° = 107°

وفي المثلث الثاني:

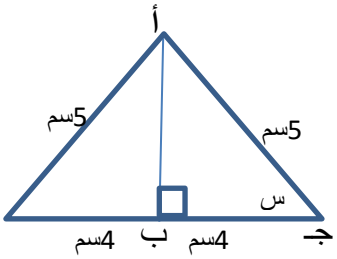
س = 90° - 30° = 60°

الدرس (7-1) جيب الزاوية الحادة

تدريب(7-1): احسب جا س في كل من المثلثات المرسومة تالياً:



الحل:

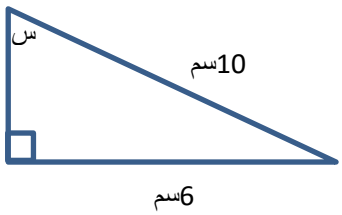


$(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$

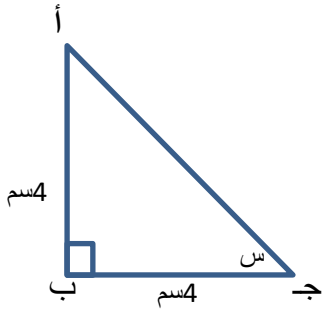
$25 = (أ\ ب)^2 + 16$

$(أ\ ب)^2 = 9$ ومنه $أ\ ب = 3$

$جا\ س = \frac{3}{5}$



$جا\ س = \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$



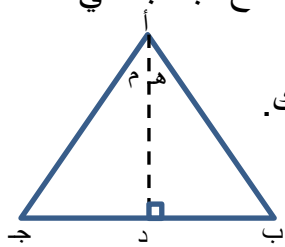
$(أ\ جـ)^2 = (أ\ ب)^2 + (ب\ جـ)^2$

$(أ\ جـ)^2 = 16 + 16$

$(أ\ جـ)^2 = 32$ ومنه، $أ\ جـ = [32 = 4\ [2$

$جا\ س = \frac{1}{2]}$

تدريب(2-7): في الشكل (7-6) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع نصفت الزاوية أ بحيث تم اسقاط عمود من أ على منتصف الضلع ب جـ في النقطة د، أجب عما يأتي:



الشكل(7-6)

1) قياس كل من: آ أ ، آ ب ، آ جـ ، برر إجابتك.
2) قياس كل من: آ هـ ، آ م ، برر إجابتك.
3) في المثلثين أ د ب ، أ د جـ ماذا تلاحظ على أطوال الأضلاع المتناظرة، وقياسات الزوايا المتناظرة؟

الحل:

1) آ أ = 60°، آ ب = 60°، آ جـ =60°؛ لأن أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع.

2) آ هـ =30°، آ م= 30°؛ لأن أ د ينصف الزاوية أ.

3) أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية في الطول، وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية في القياس.

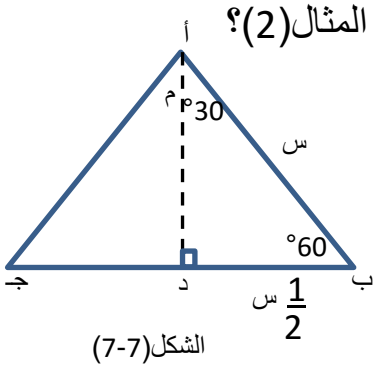
سؤال:

لماذا أ د لا - $\frac{\sqrt{3}}{2}$ س

الحل:

لأن أ د يمثل طول ضلع والطول لا يكون سالباً.

فكر: هل يمكنك استنتاج جا 30° و جا 60° من خلال حل المثال(2)؟



الشكل(7-7)

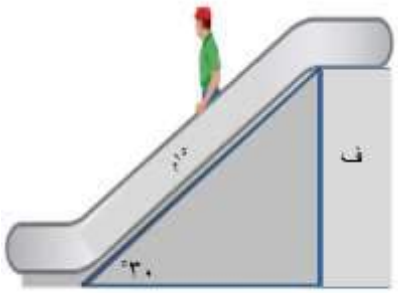
الحل:

جا 30° = $\frac{\frac{1}{2} \text{ س}}{\text{س}}$ = $\frac{1}{2}$

جا 60° = $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ س}}{\text{س}}$ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تدريب (3-7) حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

يبين الشكل (7-1) سلم كهربائي طوله 15م، وقياس الزاوية التي يكونها مع الأرض 30°، جد ارتفاع السلم ف.



الشكل (٦-١)

الحل:

$$\text{جا } 30^\circ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ف}}{15}$$

$$\frac{\text{ف}}{15} = \frac{1}{2}$$

ومنه، ف ×2 = 1× 15

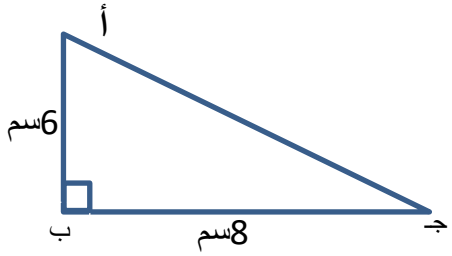
2ف = 15 ومنه، ف 7.5م

إجابات التمارين والمسائل

(1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب =6سم، ب جـ = 8سم، جد كلاً مما يأتي:

1) أجـ 2) جا أ 3) جا جـ

الحل:



1) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{أ جـ})^2 = 36 + 64$

$(\text{أ جـ})^2 = 100$ ومنه، أ جـ = 10سم

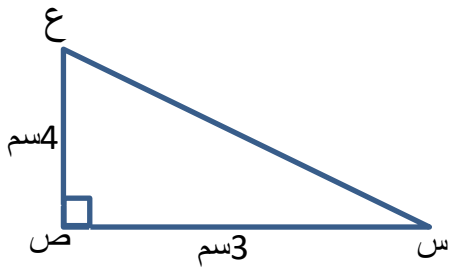
2) $\text{جا أ} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

3) $\text{جا جـ} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(2) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه س ص = 3سم، ص ع = 4سم، جد:

1)س ع 2) جا س 3) قياس الزاوية س باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل:



1) $(\text{س ع})^2 = (\text{س ص})^2 + (\text{ص ع})^2$

$(\text{س ع})^2 = 9 + 16$

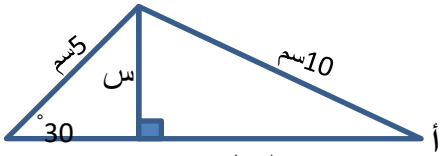
$(\text{س ع})^2 = 25$ ومنه، س ع = 5سم

2) جا س $= \frac{4}{5} = 0.8$

3) باستخدام الآلة الحاسبة قياس الزاوية س $= 53.1^\circ$

(3) أحسب جا أ، و جا ب، في الشكلين (7-12/أ) ، (7-12/ب).

الشكل (7-12/أ)



الشكل (7-12/ب)

الحل:

الشكل (7-12/أ)

$(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$225 = (\text{أ ب})^2 + 81$

$(\text{أ ب})^2 = 225 - 81 = 144$ ومنه، أ ب $= 12$

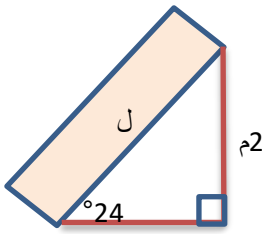
1) جا أ $= \frac{9}{15}$ ، جا ب $= \frac{12}{15}$

2) جا $30^\circ = 0.5 = \frac{\text{س}}{5}$ ومنه، طول الضلع المقابل (س) $= 2.5$سم

ومنه جا أ $= \frac{2.5}{10} = \frac{1}{4}$

(4) جد طول لوح تزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض 2م،

ويصنع مع الأرض زاوية مقدارها 24° . أنظر الشكل (7-13)



الشكل (7-13)

الحل:

افرض أن طول لوح التزلج ل

جا24° = 0.4067 من الآلة الحاسبة

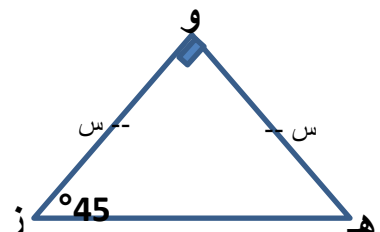
$$0.4067 = \frac{2}{ل}$$

ومنه، ل = $\frac{2}{0.4067}$

ومنه ل =4.92م

(5) هـ و ز مثلث قائم الزاوية في و، كما في الشكل (7-14)

أثبت أن جا 45° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$



الشكل (7-14)

الحل:

$(هـ ز)^2 = (هـ و)^2 + (و ز)^2$

$(هـ ز)^2 = س^2 + س^2$

$(هـ ز)^2 = 2 س^2$ ومنه ، هـ ز = $س \sqrt{2}$

جا45° = $\frac{س}{س \sqrt{2}}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ وهو المطلوب.

(6) شجرة ارتفاعها 10م، كما في الشكل (7-15)، إذا كان جا هـ = 0,5 ، فجد طول المسافة بين قمة الشجرة ورأس الظل.

الحل:

افرض أن طول المسافة بين قمة الشجرة ورأس الظل ف

جا هـ = 0.5

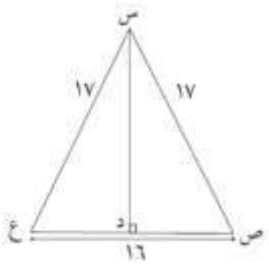
$0.5 = \frac{10}{ف}$

ومنه، ف = 20 م

الدرس(7-2) جيب تمام الزاوية الحادة

تدريب (7-4): في الشكل (7-20): إذا كان س ص = س ص ع = 16، فجد كلا مما يأتي:

جا ع ، جتا ع ، جتا < د س ع



الشكل (7-20)

الحل:

ص د = د ع = 8

$(س ع)^2 = (س د)^2 + (د ع)^2$

$(17)^2 = (س د)^2 + (8)^2$

$(س د)^2 = 289 - 64 = 225$

س د = 15

$جا ع = \frac{15}{17}$

$جتا ع = \frac{8}{17}$

$جتا < د س ع = \frac{15}{17}$

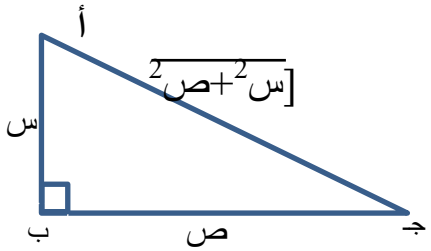
تدريب(7-5): أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = س، ب جـ = ص، جد:

1) < أ + < جـ 2) طول أ جـ 3) جتا أ

4) جا أ 5) جتا جـ 6) جا جـ

7) $جتا^2 أ + جتا^2(90^\circ - أ)$

الحل:



1) $< أ + < جـ = 90^\circ$

2) $(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = س^2 + ص^2$

أ جـ = $[س^2 + ص^2]$

3) جتا أ = $\frac{س}{[س^2 + ص^2]}$

4) جا أ = $\frac{ص}{[س^2 + ص^2]}$

5) جتا جـ = $\frac{ص}{[س^2 + ص^2]}$

6) جا جـ = $\frac{س}{[س^2 + ص^2]}$

7) جتا^2 أ + جتا^2(90° - أ) = جتا^2 أ + جتا^{2}جـ

$$= \frac{س^2}{س^2 + ص^2} + \frac{ص^2}{س^2 + ص^2}$$

$$= \frac{س^2 + ص^2}{س^2 + ص^2} = 1$$

فكر: هل يمكنك استخدام تدريب (5-7) لإيجاد جا 45°، جتا 45°
(مساعدة: اختر < أ = 45°)

الحل:

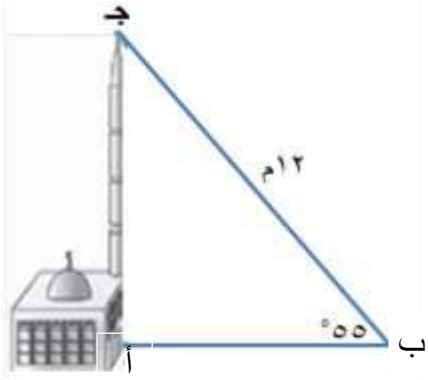
في حالة < أ = 45° المثلث يصبح متساوي الضلعين س = ص وخذ س =1

جا 45° = $\frac{س}{[س^2 + س^2]}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

جتا 45° = $\frac{س}{[س^2 + س^2]}$ = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

تدريب(3): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

رصد شخص من النقطة ب مئذنة مسجد، حيث تبعد النقطة ب 12م عن قمة المئذنة، فإذا كان قياس <ب =55°، فجد:



الشكل (7-16)

1) بعد النقطة ب عن المسجد.

2) ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد،

إذا كان ارتفاع المسجد 5م.

الحل:

1) بعد النقطة ب عن المسجد = أ ب

جتا55° = 0.5736

$\frac{\text{أ ب}}{12}$ = 0.5736

ومنه، أ ب = 12×0.5736

أ ب = **6.88م**

2) ارتفاع المئذنة عن الأرض = أ جـ

جا55° = 0.8192

$\frac{\text{أ جـ}}{12}$ = 0.8192

ومنه، أ جـ = 12×0.8192

أ جـ = **9.83م**

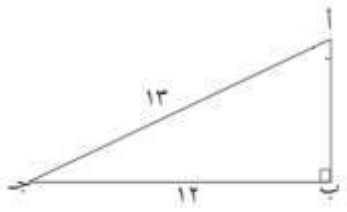
ارتفاع المئذنة عن سطح المسجد = ارتفاع المئذنة عن الأرض – ارتفاع المسجد

= 9.83م – 5م

= 4.83م

إجابات التمارين والمسائل

1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، كما في الشكل (7-26)، فيه أ جـ =13سم، ب جـ = 12سم، جد كلاً مما يأتي:



الشكل (7-26)

أ) أب ب) جتا أ

جـ) جتا جـ د) جا أ

الحل:

أ) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$169 = (\text{أ ب})^2 + 144$

$(\text{أ ب})^2 = 169 - 144 = 25$

أ ب = 5سم

ب) جتا أ $= \frac{5}{13}$

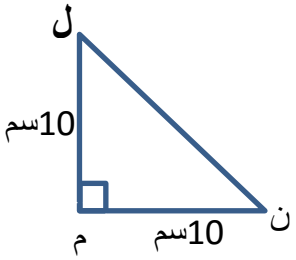
جـ) جتا جـ $= \frac{12}{13}$

د) جا أ $= \frac{12}{13}$

2) ل م ن مثلث متساوي الضلعين فيه ل م = ل ن = 10سم، م ن = 16سم، جد:

أ) جا م ب) جتا ن جـ) جتا م

الحل:



أ) $(\text{ل ن})^2 = (\text{ن م})^2 + (\text{م ل})^2$

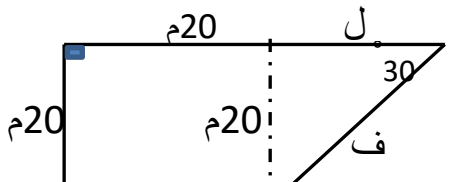
$(\text{ل ن})^2 = 100 + 100$

$(\text{ل ن})^2 = 200$ ومنه، ل ن $= 10\sqrt{2}$

جا م $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، ب) جتا ن $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

جـ) جتا م $= \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3) يمثل الشكل (7-26) قطعة أرض على شكل شبه منحرف. أحسب محيط قطعة الأرض.



الحل:

جا30° = 0.5 باستخدام الآلة الحاسبة

$\frac{20}{ف}$ = 0.5 ومنه، ف 40م

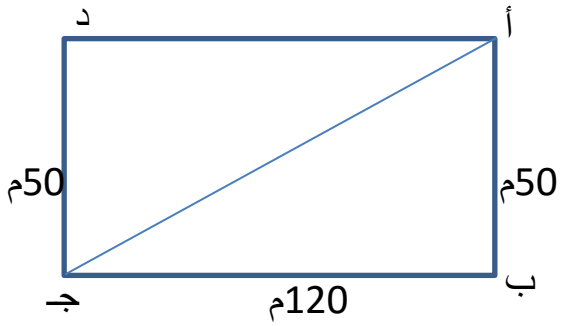
جتا30° = 0.866

$\frac{ل}{40}$ =0.866 ومنه، ل = 40×0.866 = 3.464م

المحيط = 20+20+40+3.464+20=103.464م

4) أ ب جـ د مستطيل فيه: أ ب = 50سم، ب جـ = 120سم، جد جتا < أ جـ د.

الحل:



$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = 2500 + 14400$

$(أ جـ)^2 = 16900$

أ جـ = 130م

جتا < أ جـ د = $\frac{50}{130} = \frac{5}{13}$

5) إذا كانت س زاوية حادة، بحيث جا س = جتا س، فما قيمة س؟

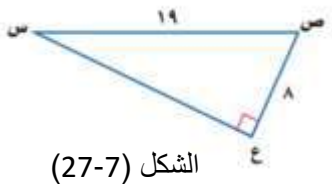
الحل:

جا س = جتا س هذا يعني المقابل للزاوية س = المجاور لها

وبذلك يكون المثلث القائم الزاوية متساوي الضلعين

ومنه، س= 45°

6) في الشكل (7-27) جد قياس الزاوية ص.



الشكل (7-27)

الحل:

جتا ص = $\frac{8}{19}$

جتا ص= 0.4211

ص = 65.1° باستخدام الآلة الحاسبة.

الدرس(7-3) ظل الزاوية الحادة

سؤال: من خلال مثال(7-11) هل يمكنك التوصل إلى علاقة بين جا أ، جتا أ، ظا أ؟

الحل:

ظا أ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$

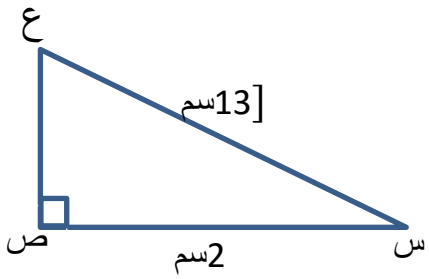
فكر: متى يكون ظا هـ = 1، حيث هـ زاوية حادة؟

الحل:

يكون ظا هـ = 1عندما يكون طول الضلع المقابل للزاوية الحادة مساوياً لطول الضلع المجاور وبذلك تكون هـ = 45°

تدريب (7-7): س ص ع مثلث قائم في ص، فيه: س ص = 2سم، س ع = 13]سم.

جد ظا س، ظا ع.



الحل:

(س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2

13 = 4 + (ص ع)^2

(ص ع)^2 = 9 ومنه، ص ع = 3سم

ظا س = $\frac{3}{2}$

ظا ع = $\frac{2}{3}$

ناقش: ناقش مع زملائك صحة العبارة الآتية:

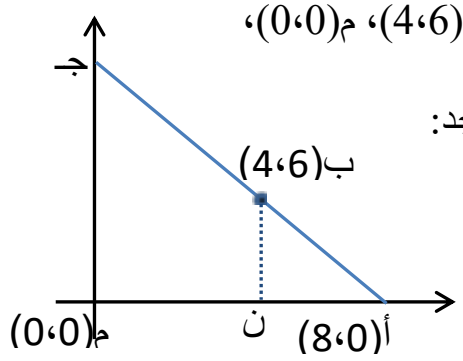
قالت رغد: إذا كانت هـ زاويه حادة، فإن: ظا هـ ≥ 1

الحل:

العبارة غير صحيحة؛ لأن ظا هـ يكون أكبر من واحد عندما يكون طول الضلع المقابل أكبر من طول الضلع المجاور للزاوية الحادة.

لاحظ في مثال(1) ظا أ < 1

تدريب (7-8): في الشكل (7-34) : أ(0،8)، ب(4،6)، م(0،0)، والنقطة جـ تقع على محور الصادات الموجب. جد:



الشكل (7-34)

أ) ظا ∠م أ جـ.

ب) احداثيا النقطة جـ.

الحل:

انزل عمود من النقطة ب على محور السينات عند النقطة ن

طول العمود ب ن = 6 وطول م ن = 4 وطول أ ن =4

أ) من المثلث أ ن ب ظاحم أ جـ = $\frac{6}{4}$ = $\frac{3}{2}$

ب) من المثلث أ م جـ ظاحم أ جـ = $\frac{\text{م جـ}}{8}$

$\frac{\text{م جـ}}{8}$ = $\frac{3}{2}$

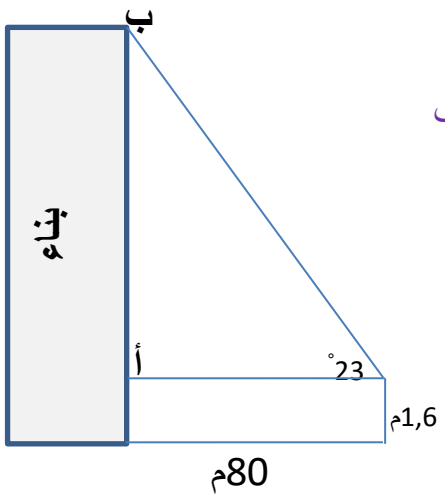
ومنه، م جـ = (3×8)÷2 =12

احداثيا النقطة جـ هي (0، 12)

تدريب(7-9): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

وقف أحمد على بعد 80م من قاعدة بناية، وكان قياس الزاوية المحصورة بين خط نظره المار بقمة البناية والخط الأفقي 23°، إذا كان طول أحمد 1,6م، كيف تساعد أحمد في حساب ارتفاع البناية؟

الحل:



الشكل (7-29)

ارتفاع البناية = طول أحمد + طول الضلع أ ب

$$\text{ظا } 23^\circ = \frac{\text{أ ب}}{80}$$

$$\frac{\text{أ ب}}{80} = 0.4245$$

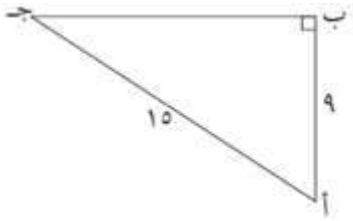
ومنه، أ ب = 80×0.4245

أ ب = 34 م تقريباً

ارتفاع البناية = 1.6 + 34=35.6م

إجابات التمارين والمسائل

1) يمثل الشكل (7-37) مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ جـ =15سم، أ ب = 9سم، جد كلاً مما يأتي:



الشكل (7-37)

أ) ب جـ　　ب) ظا أ

جـ) ظا جـ

الحل:

أ) $(\text{أ جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$

$225 = 81 + (\text{ب جـ})^2$

$(\text{ب جـ})^2 = 225 - 81 = 144$

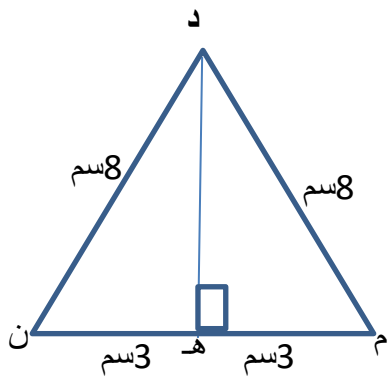
ب جـ = 12

ب) ظا أ $= \frac{12}{15}$

جـ) ظا جـ $= \frac{9}{15}$

2) د م ن مثلث متساوي الساقين فيه د م = د ن = 8 سم، م ن = 6سم، جد:

أ) ظا م　　ب) ظا ن



الحل:

أ) $(\text{د م})^2 = (\text{م هـ})^2 + (\text{هـ د})^2$

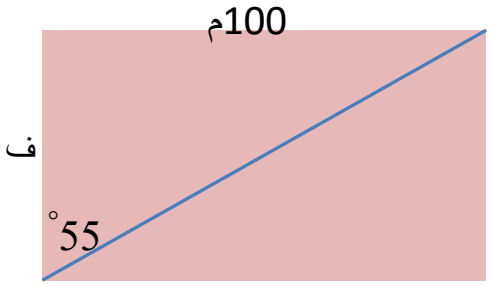
$64 = 9 + (\text{هـ د})^2$

$(\text{هـ د})^2 = 64 - 9 = 55$

هـ د $= \sqrt{55}$

أ) ظا م $= \frac{\sqrt{55}}{3}$　　ب) ظا ن $= \frac{\sqrt{55}}{3}$

3) قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها 100م، فإذا كان قطر القطعة يصنع زاوية مقدارها 55° مع ضلعها الأصغر، كما في الشكل (7-39)، فما عرض قطعة الأرض.



الشكل (7-39)

الحل:

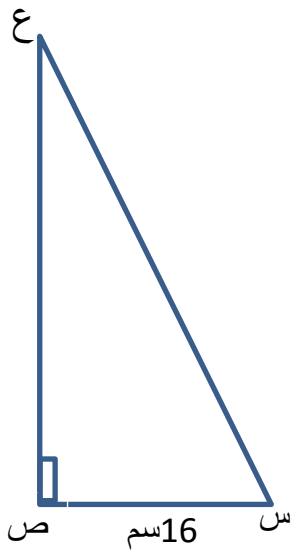
افرض عرض قطعة الأرض = ف

$$\text{ظا } 55^\circ = \frac{100}{\text{ف}}$$

$$1.4281 = \frac{100}{\text{ف}}$$

$$\text{ف} = \frac{100}{1.4281} = 70\text{م}$$

4) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 16سم، و ظا س = 2، جد طول ع ص.

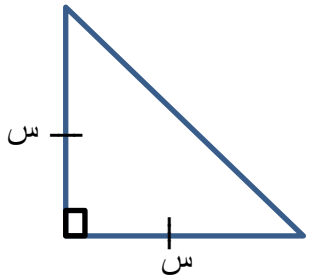


الحل:

ظا س = 2

$$\frac{\text{ع ص}}{16} = 2 \quad \text{ومنه، ع ص} = 16 \times 2 = 32$$

5) استخدم الشكل (7-39) في إيجاد: ظا 45°



الشكل (7-39)

الحل:

بما أن المثلث القائم متساوي الضلعين فإن قياس كل من الزاويتين الحادتين يساوي45°.

افرض أن طول كل من الضلعين المتساويين س

ظا 45° = $\frac{\text{س}}{\text{س}}$ = 1

6) المستقيم ص = 2س – 4، يقطع محوري السينات والصادات عند النقطتين (0،2)، (0،-4)، على الترتيب، ويشكل مثلثاً كما في الشكل (7-40)، وهـ تمثل الزاوية الحادة التي يصنعها المستقيم مع محور السينات. جد كلاً مما يأتي:

أ) جا هـ ب) جتا هـ جـ) ظا هـ

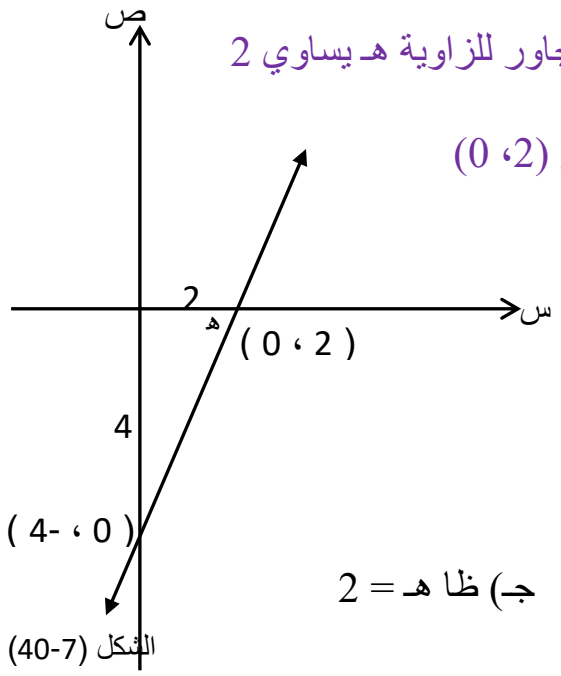
الحل:

من النقطة (0،-4) نجد أن طول الضلع المقابل للزاوية هـ يساوي 4

و من النقطة (2، 0) نجد أن طول الضلع المجاور للزاوية هـ يساوي 2

طول الوتر = المسافة بين النقطتين (0،-4) و (2، 0)

طول الوتر = $\sqrt{[(4- - 0)^2+(0-2)^2]}$



الشكل (7-40)

= $\sqrt{[20]}$ = 4 $\sqrt{[5]}$

أ) جا هـ = $\frac{1}{\sqrt{[5]}}$ ب) جتا هـ = $\frac{1}{2\sqrt{[5]}}$ جـ) ظا هـ = 2

الدرس(7-4) العلاقة بين النسب المثلثية

تدريب (7-10): أ) إذا كان جا س = 0,3584 فما قيمة جتا (90 - س)؟

ب) جد القيمة العددية للمقدار: جا 25° - جتا 65° .

الحل:

أ) جتا (90 - س) = جا س

جتا (90 - س) =0,3584

ب) جا 25° - جتا 65°

جا 25° - جا 25° = 0 وذلك لأن جتا 65° = جا (90 – 65) = جا 25°

ناقش: قام رائد بحل المثال(2) بالطريقة الآتية:

بما أن جا 5س = جتا 4س

فإن: 5س + 4س = 90°

ومنه 9س = 90°

س = 10°

ما رأيك بما قام به رائد؟ وكيف تفسر خطوات حله؟

الحل:

ما قام به رائد صحيح وذلك لأن جتا 4س = جا (90° -4س)

وحيث أن جا 5س = جتا 4س ⟸ جا 5س = جا (90° -4س)

ومنه، 5س = 90° -4س

ومنه، 5س + 4س = 90°

ومنه 9س = 90°

س = 10°

فكر: هل يوجد زاوية حادة قياسها س بحيث: جا س = جتا س؟

ما قياسها؟

الحل:

جا س = جتا س

جا س = جا (90° - س)

ومنه، س = 90° – س ومنه، 2س = 90° ومنه، س =45°

تدريب (7-11): إذا كانت س زاوية حادة، وكان جتا س = $\frac{5}{13}$ ، فما قيمة جا س؟

الحل: باستخدام العلاقة: جا^2 س + جتا^2 س = 1

جا^2 س + ($\frac{5}{13}$)^2 =1

جا^2 س = 1 – $\frac{25}{169}$

جا^2 س = $\frac{144}{169}$

جا س = $\frac{12}{13}$

تدريب(7-12): إذا كانت هـ زاوية حادة، وكان جا هـ = 5 جتا هـ، فجد:

أ) ظا هـ ب)جتا هـ

الحل:

أ) جا هـ = 5 جتا هـ

$\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}} = \frac{5\text{جتا هـ}}{\text{جتا هـ}}$ بقسمة الطرفين على جتا هـ

ظا هـ = 5

ب) جا^2 هـ + جتا^2 هـ = 1

(5 جتا هـ)^2 +جتا^2 هـ = 1

$25جتا^2 هـ + جتا^2 هـ = 1$

$26 جتا^2 هـ = 1$

$جتا^2 هـ = \frac{1}{26}$ ومنه، جتا هـ = $\frac{1}{\sqrt{26}}$

تدريب (7-13): حل المسائل الواردة في بداية الدرس.

أجب عن الآتي دون استخدام الآلة الحاسبة أو المثلث قائم الزاوية:

1) جد القيمة العددية للمقدار:

جا 33° - جتا 57°

2) إذا كان جا $17^\circ = 0,3$، فما قيمة جا 73°.

الحل:

1) جا 33° - جتا 57° = جا 33° - جا 33° = 0

وذلك لأن جتا 57° = جا $(90^\circ - 57^\circ)$ = جا 33°

2) جا 73° = جتا $(90^\circ - 73^\circ)$ = جتا 17°

$جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$جا^2 17^\circ + جتا^2 17^\circ = 1$

$(0,3)^2 + جتا^2 17^\circ = 1$

$جتا^2 17^\circ = 1 - 0.09 = 0.91$

جتا $17^\circ = \sqrt{0.91} = 0.9539$

إجابات التمارين والمسائل

1) إذا كان جا س = 0,3746 ، فما قيمة جتا (90 - س)؟

الحل:

جتا (90° - س) = جا س = 0.3746

2) أثبت أن جا (30° + س) = جتا (60° - س)، س آ 60°

الحل:

جا (30° + س) = جتا(90° - (30° + س))

=جتا (90° -30° - س)

= جتا (60° - س)

3) إذا كانت س تمثل قياس زاوية حادة، وكان جا (90° - س) = 0,4 فجد:

أ) جتا س ب) جا س جـ) ظا س

الحل:

أ) جتا س = جا (90° - س) = 0,4

ب) جا^2 س + جتا^2 س = **1**

جا^2 س + $(0,4)^2$ = **1**

جا^2 س = 1 - 0.16 = 0.84

جا س = $\sqrt{0.84}$ = 0.9165

جـ) ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ = $\frac{0.9165}{0.4}$ =2.2912

4) جد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية:

أ) 3 جتا 19° - 3 جا 71°

الحل:

3 جتا 19° - 3 جا 71°

3 جتا 19° -3 جتا 19° = 0 وذلك لأن جا 71° = جتا $(90^\circ - 71^\circ) = 19^\circ$ جتا

ب) جتا^2 83° + جتا^2 7°

الحل:

جتا^2 83° + جتا^2 7°

جا^2 7° + جتا^2 7° = 1 وذلك لأن جتا 83° = جا $(90^\circ - 83^\circ) = 7^\circ$ جا

جـ) ظا 34° × ظا 56°

الحل:

ظا 34° × ظا 56°

$$= \frac{\text{جا } 34^\circ}{\text{جتا } 34^\circ} \times \frac{\text{جا } 56^\circ}{\text{جتا } 56^\circ}$$

$$= \frac{\text{جا } 34^\circ}{\text{جتا } 34^\circ} \times \frac{\text{جتا } 34^\circ}{\text{جا } 34^\circ} = 1$$

د) $$\frac{\text{جتا } 48^\circ}{\text{جا } 42^\circ}$$

الحل:

$$\frac{\text{جتا } 48^\circ}{\text{جا } 42^\circ} = \frac{\text{جا } 42^\circ}{\text{جا } 42^\circ} = 1$$

5) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جا س = $\frac{3}{5}$ ، فجد جتا س، ظا س.

الحل:

$جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$(\frac{3}{5})^2 + جتا^2 س = 1$

$\frac{9}{25} + جتا^2 س = 1$

$جتا^2 س = 1 - \frac{9}{25}$

$جتا^2 س = \frac{16}{25}$

1) $جتا س = \frac{4}{5}$

2) $ظا س = \frac{جا س}{جتا س} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{3}{4}$

6) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جتا س = 2جا س، فجد

أ) ظا س ب) جتا س

الحل:

أ) جتا س = 2جا س

$\frac{جتا س}{جتا س} = \frac{2جا س}{جتا س}$ بقسمة الطرفين على جتا س

1 = 2ظا س ومنه، ظا س = $\frac{1}{2}$

ب) $جا^2 س + جتا^2 س = 1$

$جا^2 س + (2جا س)^2 = 1$

$جا^2 س + 4جا^2 س = 1$

$5\ جا^2 س = 1$

$جا^2 هـ = \frac{1}{5}$ ومنه، جا س = $\frac{1}{\sqrt{5}}$

لكن جتا س = $2جا\ س = \frac{2}{\sqrt{5}}$

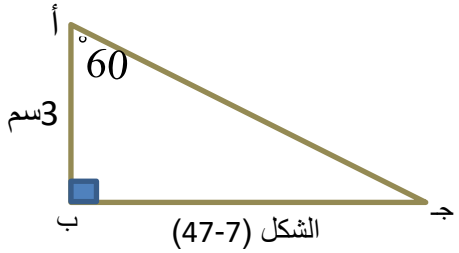
7) في حوار بين الطالبتين شذى ورشا، قالت شذى: يمكن أن نجد زاوية حادة، جيبها يساوي 2، وردت عليها رشا: لا يمكن ذلك. أي الطالبتين كلامها صحيح؟ برر ذلك.

الحل:

كلام الطالبة رشا هو الصحيح حيث أن جيب الزاوية الحادة أقل من واحد وأكبر من صفر لأنه ناتج عن قسمة طول الضلع المقابل للزاوية الحادة على طول الوتر، والوتر دائما أطول من طول الضلع المقابل.

الدرس (7-5) حل المثلث قائم الزاوية

فكر وناقش: في مثال(7-22): كيف تستطيع إيجاد طول ب جـ دون استخدام نظرية فيثاغورس.



الشكل (7-47)

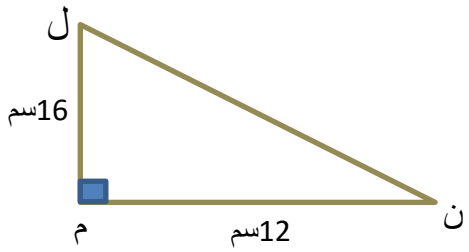
الحل:

ظا 60° = 1.732 من الآلة الحاسبة

$\frac{ب\ جـ}{3}$ = 1.732

ومنه، ب جـ = 3 × 1.732= 5.196 = 5.2 تقريباً

تدريب (7-14): حل المثلث ل م ن القائم الزاوية في م، الذي فيه: ل م = 16سم، م ن =12سم.



الحل:

$(\text{ل ن})^2 = (\text{ل م})^2 + (\text{م ن})^2$

$(\text{ل ن})^2 = (16)^2 + (12)^2$

$(\text{ل ن})^2 = 256 + 144 = 400$

ل ن = 20

ظا ل = $\frac{12}{16}$ = 0.75

ل = 37° من الآلة الحاسبة

م = 90° ، ن = $90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

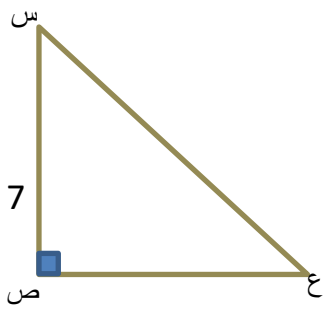
فكر وناقش: هل تستطيع حل مثلث قائم الزاوية إذا علمت قياسات زواياه فقط؟

الحل:

هناك عدد غير منته من الحلول؛ لأن هناك عدد غير منته من أطوال الاضلاع التي تحقق زوايا مثلث قائم الزاوية معلوم الزوايا، فمثلاً الاطوال: 3،4،5 و6،8،10 و 9، 12، 15 تحل مثلث قائم الزاوية لنفس الزوايا.

تدريب(7-15): حل المثلث س ص ع القائم الزاوية في ص، الذي فيه: س ص =7 سم،

و ظاس =1.



الحل:

ظاس =1

ومنه، ع ص = 7 = 1 $\frac{\text{ع ص}}{7}$

$(\text{س ع})^2 = (7)^2 + (7)^2$

$(س\ ع)^2 = 49 + 49 = 96$

$س\ ع = [\overline{96}] = 7$ [2]

ظاس =1

س = 45° ومنه ، ع = 45°

فكر: حل مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه الثلاثة أعداد صحيحة متتالية.

الحل:

لتكن أطوال الأضلاع الثلاثة أعداد صحيحة متتالية هي س، س+1 ، س+2

$(س+2)^2 = (س+1)^2 + (س)^2$

$س^2+4س+4 = س^2+2س+1+ س^2$

$س^2+4س+4 = 2$ $س^2+2س+1$

$س^2-2س-3=0$

$(س-3)(س+1)=0$

إما س-3=0 ومنه، س =3 أو س+1=0 ومنه، س=-1 تهمل لأن س تمثل طول غير سالب.

وبالتالي: س=3، س+1 =4، س+2=5 هي أطوال أضلاع المثلث قائم الزاوية.

تدريب (7-16): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

وقف بشار عند النقطة (أ) التي تبعد 12متراً عن قمة سارية علم المدرسة، فإذا كان قياس الزاوية أ يساوي 40°، كما في الشكل (7-45). فجد:

أ) قياس الزاوية جـ.

ب) المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها بشار، وقاعدة السارية.

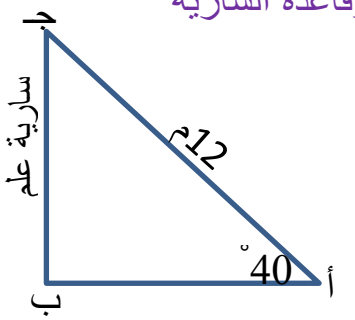
جـ) ارتفاع السارية.

الحل:

أ) قياس الزاوية جـ = 90° - 40° = 50°

ب) المسافة بين النقطة (أ) التي يقف عندها بشار، وقاعدة السارية

= طول أ ب



الشكل (7-45)

جتا 40° = 0.766 من الآلة الحاسبة

$$\frac{\text{أ ب}}{12} = 0.766$$

أ ب = 12 × 0.766 = 9.19م تقريباً

جـ) ارتفاع السارية = ب جـ

جا 40° = 0.6428 من الآلة الحاسبة

$$\frac{\text{ب جـ}}{12} = 0.6428$$

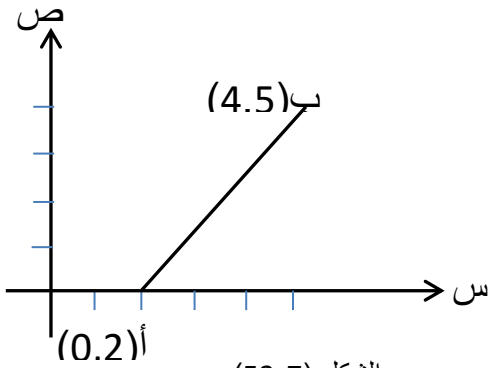
ب جـ = 12 × 0.6428 = 7.71م تقريباً.

إجابات التمارين والمسائل

1) أ ب قطعة مستقيمة تصل بين النقطتين أ(0,2)، و ب(5،4)، كما هو موضح في الشكل (7-53). أجب عما يأتي:

أ) جد طول القطعة المستقيمة أ ب.

ب) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات.

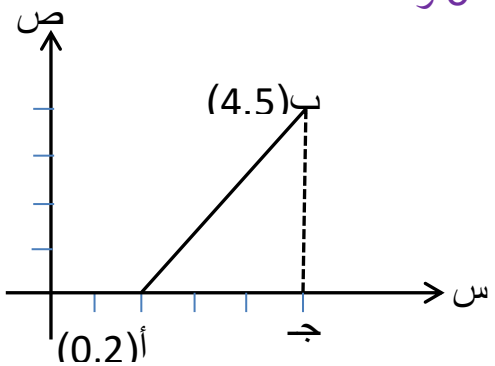


الشكل (7-53)

الحل:

أ) طول القطعة المستقيمة أ ب= $\sqrt{[(0-4)^2+(2-5)^2]}$

= $\sqrt{[16+9]}$ = 5 وحدات



ب) انزل عمود من النقطة ب على محور س

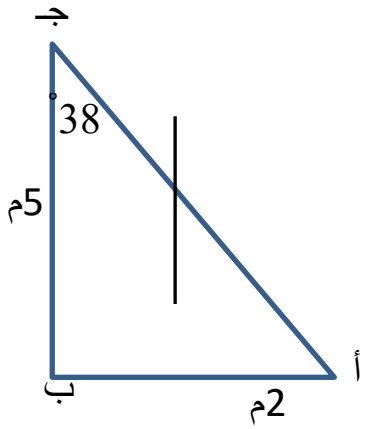
عند النقطة جـ فتكون جـ (5، 0)

ويكون طول العمود ب جـ =4 وحدات

الزاوية الحادة المحصورة بين القطعة المستقيمة أ ب ومحور السينات هي الزاوية أ

جا أ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{4}{5}$ = 0.8 ومن الآلة الحاسبة قياس الزاوية أ = 53.1°

2) يسي رجل مقتربًا من قاعدة عمود كهرباء يعلوه مصباح ارتفاعه 5م،، في اللحظة التي كان فيها طول ظل الرجل يساوي 2م، كان قياس الزاوية بين المصباح ورأس ظل الرجل 38° . جد المسافة بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة.



الحل:

ظا 38° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$

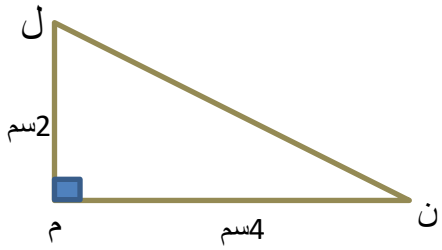
$\frac{\text{أ ب}}{5}$ =0.7813

أ ب = 0.7813 × 5 = 3.9م

المسافة بين الرجل وقاعدة العمود في تلك اللحظة = أ ب – 2 = 3.9 – 2=1.9م

3) حل المثلث القائم الزاوية في كل من الحالات الآتية:

أ) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م، فيه: م ن = 4سم، ل م = 2سم.



الحل:

$(\text{ل ن})^2 = (\text{ل م})^2 + (\text{م ن})^2$

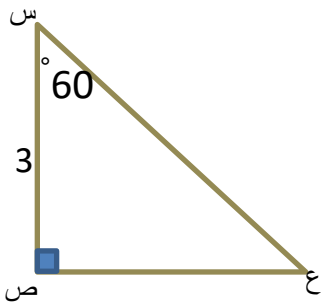
$(\text{ل ن})^2 = (2)^2 + (4)^2$

$(\text{ل ن})^2 = 4 + 16 = 20$ ومنه، ل ن = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ظا ل = $\frac{\text{ن م}}{\text{ل م}} = \frac{4}{2} = 2$ ومن الآلة الحاسبة ل = 63.4°

ن = 90° - 63.4° = 26.6°

ب) س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه: س ص = 3سم، وقياس الزاوية س يساوي 60°.



الحل:

ع = 90° - 60° = 30°

جتا 60° = 0,5 من الآلة الحاسبة.

$\frac{3}{\text{ع س}}$ = 0,5 ومنه، ع س × 0,5 = 3

ومنه، ع س = 6سم.

(ع س)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2

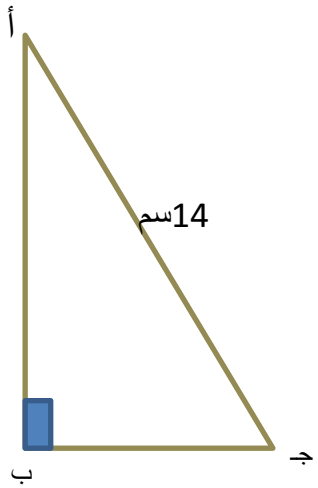
(6)^2 = (3)^2 + (ص ع)^2

(ص ع)^2 = 27

ص ع = 5,2 سم تقريباً.

جـ) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه: جا جـ = 0,5 ، أ جـ = 14 سم.

الحل:



جا جـ = 0,5 ومنه، جـ = 30° من الآلة الحاسبة

قياس الزاوية أ = 90° - 30° = 60°

جا جـ = 0,5

$\frac{\text{ب جـ}}{14}$ = 0,5 ومنه، ب جـ = 14 × 0,5 = 7سم

(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2

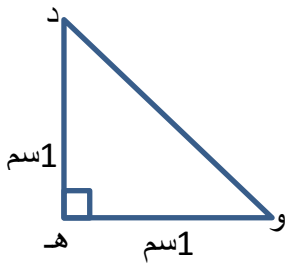
(14)^2 = (أ ب)^2 + (7)^2

$49 + {}^2(\text{أ ب}) = 196$

$(\text{أ ب})^2 = 196 - 49 = 147$ ومنه، أب = $\sqrt{147}$ = 12.12سم

د) د هـ و مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في هـ، د هـ = 1 سم.

الحل:



ظا د = $\frac{1}{1}$ = 1

ومنه، قياس الزاوية د = 45° من الآلة الحاسبة

قياس الزاوية و = 90° - 45° = 45°

$(\text{د و})^2 = (\text{د هـ})^2 + (\text{هـ و})^2$

$(\text{د و})^2 = (1)^2 + (1)^2 = 2$ ومنه، د و = $\sqrt{2}$

الدرس(7-6) زوايا الارتفاع والانخفاض

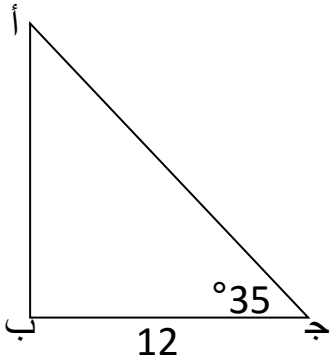
فكر وناقش: زاوية ارتفاع المنارة = زاوية انخفاض السفينة. برر ذلك.

الحل:

لأنها زاويتان متبادلتان.

تدريب(7-17): وجد أسامه الذي يقف على بعد 12 متراً من قاعدة شجرة أن زاوية ارتفاع قمة الشجرة 35°. ما ارتفاع هذه الشجرة؟

الحل:



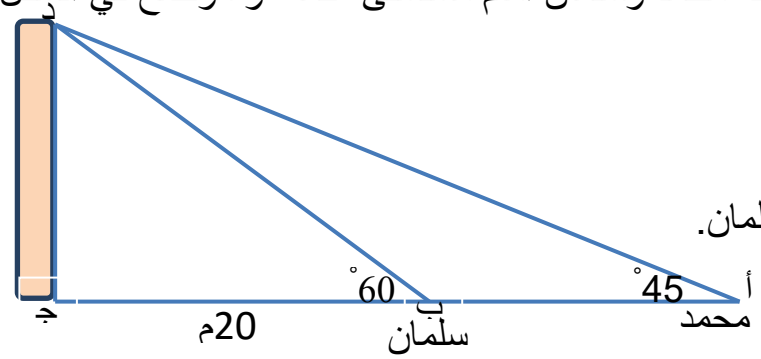
ارتفاع الشجرة = طول الضلع أ ب

ظا 35° = $\frac{\text{أ ب}}{12}$

$\frac{\text{أ ب}}{12}$ = 0.7002

أ ب = 0.7002 × 12 =8.4024م

تدريب(7-18): يقف محمد وسلمان أمام مستشفى، كما هو موضح في الشكل (60-7) ، جد:



الشكل (7-60)

أ) ارتفاع المستشفى.

ب) المسافة بين محمد وسلمان.

الحل:

ظا 60° = $\frac{\text{د جـ}}{20}$

$\frac{\text{د جـ}}{20}$ = 1.732 ومنه، د جـ = 1.732×20= 34.64م

ظا 45° = $\frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{34.64}{\text{أ جـ}}$ =1 ومنه، أجـ = 34.64م

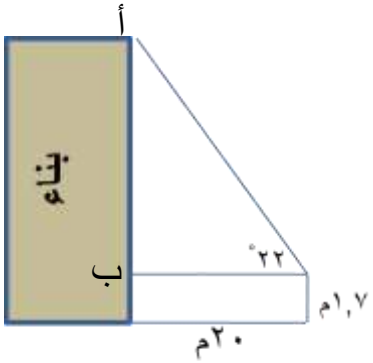
المسافة بين محمد وسلمان = أب

أ ب = أجـ - ب جـ

أ ب = 34.64 – 20 = 14.64م

تدريب(7-19): حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

من نقطة تبعد 20 متراً،وقف شخص طوله 1,7متراً، ورصد قمة بناية، وكانت زاوية ارتفاعها 22°، جد ارتفاع هذه البناية.



الشكل (٧- ٥٤)

الحل:

ظا 22° = $\frac{\text{أ ب}}{20}$

$\frac{\text{أ ب}}{20}$ =0.4040

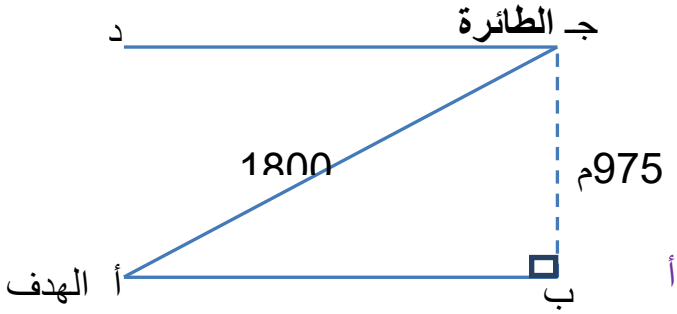
أ ب = 0.4040 × 20 = 8.08م

ارتفاع البناء = أ ب + طول الشخص

= 8.08 + 1.7 =9.78م

تدريب(7-20): رصد قائد طائرة حربية في لحظة ما هدفاً على الأرض، حيث كانت الطائرة على ارتفاع 975 متراً عن سطح الأرض، وتبعد1800 متراً عن ذلك الهدف. جد زاوية انخفاض الهدف.

الحل:



زاوية انخفاض الهدف = الزاوية د جـ أ

= الزاوية جـ أ ب بالتبادل

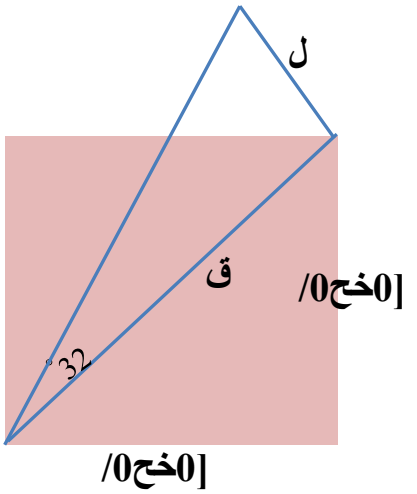
جا جـ أ ب = $\frac{975}{1800}$ = 0.5416

الزاوية جـ أ ب = 32.8°

إجابات التمارين والمسائل

1) حديقة مربعة الشكل، طول ضلعها [0خ2/0/ متراً، من أحد طرفي قطريها رصدت قمة عمود إنارة مثبت على الطرف الآخر لهذا القطر، فكانت زاوية ارتفاع قمة العمود 22°. ما ارتفاع عمود الإنارة؟

الحل:



ليكن القطر ق وارتفاع العمود ل

(ق)^2 = ([200])^2 + ([200])^2

(ق)^2 = 200 + 200 = 400

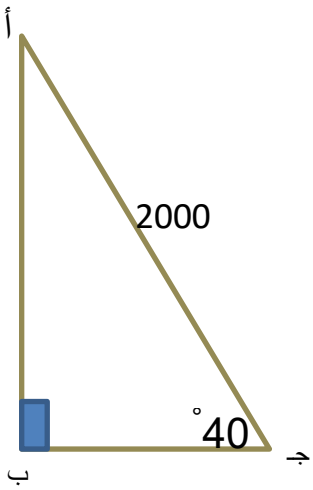
ق = [400] = 20م

$\frac{ل}{ق}$

ظا 22° =

$\frac{\text{ل}}{20}$ = 0.4040 ومنه، ل = 0.4040× 20 = 8.08م

2) رصد سامر طائرة عمودية من نقطة على سطح الأرض، فكانت زاوية ارتفاعها 40°، فإذا كان بعد الطائرة عن سامر في تلك الحظة يساوي 2000متراً، فما ارتفاع الطائرة عن الأرض حينّذك؟



الحل:

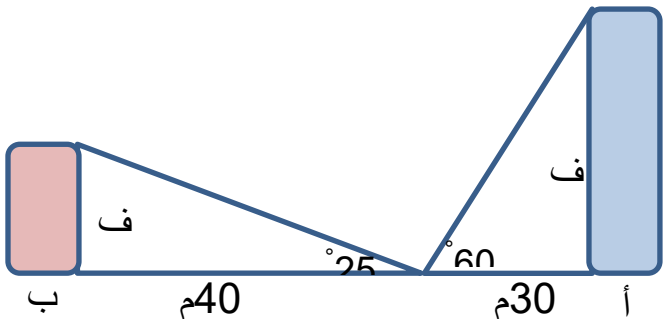
ارتفاع الطائرة عن الأرض = طول الضلع أ ب

جا 40° = $\frac{\text{أ ب}}{2000}$

$\frac{\text{أ ب}}{2000}$ = 0.6428 ومنه، أ ب = 2000×0.6428

أ ب = 1285.6م

3) وقف أكرم بين العمارتين أ، ب، على بعد 30م، 40م على الترتيب، أنظر الشكل (7-63). إذا كانت زاويتا ارتفاع كل من العمارتين هما 60°، 25°على الترتيب، فجد ارتفاع كل من العمارتين.



الشكل (7- 63)

الحل:

ظا60° = $\frac{\text{ف}_1}{30}$

$\frac{\text{ف}_1}{30}$ = 1.732 ومنه، ف$_1$ = 30×1.732 = 39.6م ارتفاع العمارة أ

ظا25° = $\frac{\text{ف}_2}{40}$

$\frac{\text{ف}_2}{40}$

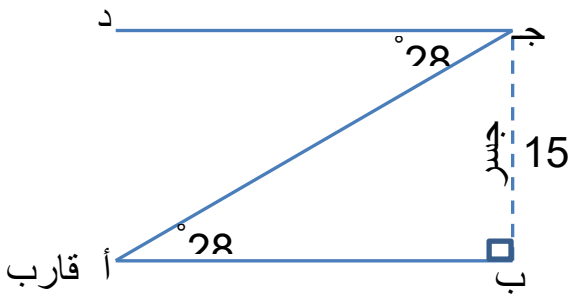
ارتفاع العمارة ومنه، ف$_2$ = 40×0.4663 = 18.652م = 0.4663

ب

4) يقف رجل على جسر يرتفع 15 متراً عن سطح نهر، وينظر الرجل إلى قارب صيد، إذا كانت زاوية انخفاض القارب 28°، فجد:

أ) المسافة بين القارب وأسفل الجسر.

ب) المسافة بين الرجل والقارب.



الحل:

أ) المسافة بين القارب وأسفل الجسر = أب

ظا 28° = $\frac{15}{\text{أ ب}}$

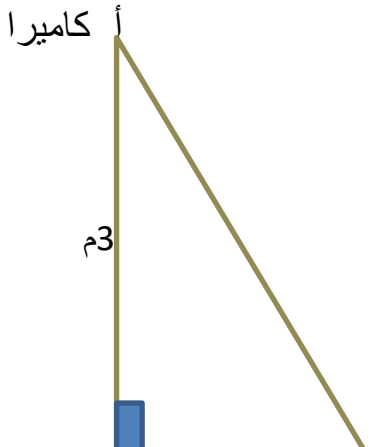
$\frac{15}{\text{أ ب}}$ = 0.5317 ومنه، أ ب = $\frac{15}{0.5317}$ = 28.2م

ب) المسافة بين الرجل والقارب = أ جـ

جا 28° = $\frac{15}{\text{أ جـ}}$

$\frac{15}{\text{أ جـ}}$ = 0.4695 ومنه، أ جـ = $\frac{15}{0.4695}$ = 31.9م

5) وضعت كاميرا للمراقبة على ارتفاع 3 أمتار فوق سطح غرفة لمراقبة المدخل الذي يبعد 5 أمتار عن الغرفة، جد زاوية ارتفاع الكاميرا.



الحل:

زاوية ارتفاع الكاميرا = الزاوية جـ

ظا جـ = $\frac{3}{5}$ = 0.6

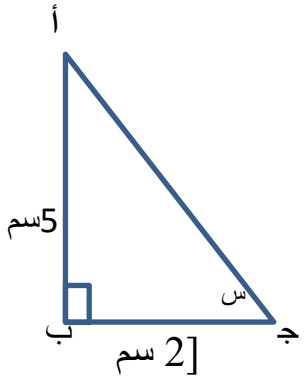
جـ = 31° من الآلة الحاسبة

مراجعة

1) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه: ب جـ = [**2** سم ، أ ب = 5 سم، جد كلاً مما يأتي:

أ) جا أ ب) جتا أ جـ) ظا أ د) جا جـ

هـ) جتا جـ و) ظا جـ



الحل:

$(أ جـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2$

$(أ جـ)^2 = (5)^2 + ([2])^2$

$(أ جـ)^2 = 25 + 2 = 27$

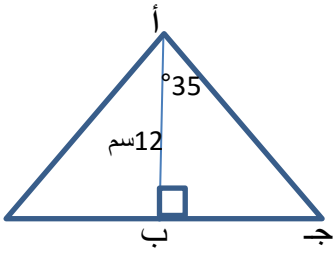
أ جـ = $\sqrt{[27]}$

أ) جا أ = $\frac{\sqrt{[2}}{\sqrt{27}}$ ب) جتا أ = $\frac{5}{\sqrt{27}}$ جـ) ظا أ = $\frac{[2}{5}$

د) جا جـ = $\frac{5}{\sqrt{27}}$ هـ) جتا جـ = $\frac{\sqrt{[2}}{\sqrt{27}}$ و) ظا جـ = $\frac{5}{[2}$

2) مثلث متساوي الساقين ارتفاعه 12سم، وقياس زاوية الرأس 70°، جد طول القاعدة.

الحل:



$\frac{ب جـ}{12}$

ظا35° =

$\frac{\text{ب جـ}}{12}$ =0.7002

ب جـ = 0.7002×12=8.4سم

طول القاعدة = 2×ب جـ = 16.8سم

3) إذا كانت س زاوية حادة، وكان جا (90° – س) = 0,4 ، فجد:

أ) جتا س ب) جا س جـ) ظا س د) جتا (90° – س)

الحل:

أ) جتا س = جا (90° – س) = 0,4

ب) جا^2 س + جتا^{2}س =1

جا^2 س + $(0.4)^2$ =1

جا^2 س +0.16 =1

جا^2 س = 1 – 0.16= 0.84

جا س = $\sqrt{0.84}$ = 0.9165

جـ) ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتاس}}$ = $\frac{0.9165}{0.4}$ = 2.2912

د) جتا (90° – س) = جا س = 0.9165

4) إذا كان 4جا^{2}س = 3، حيث س زاوية حادة، فجد قيمة س.

الحل:

$4جا^2س = 3$

$جا^2س = \frac{3}{4}$ ومنه، جاس $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

5) أثبت أن: $(جا س + جتا س)^2 = 1 + 2$ جا س جتا س.

الحل:

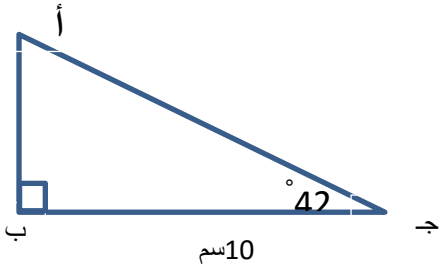
$(جا س + جتا س)^2 = جا^2 س + 2جاس جتاس + جتا^2س$

$= (جا^2 س + جتا^2س) + 2جاس جتاس$

$= 1 + 2$ جا س جتا س

6) حل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، فيه ب جـ = 10 سم، وقياس الزاوية جـ $= 42^\circ$.

الحل:



قياس الزاوية أ $= 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

جتا $42^\circ = \frac{10}{أ جـ}$

$\frac{10}{أ جـ} = 0.7431$ ومنه، أ جـ $= \frac{10}{0.7431} = 13.45$ تقريباً

جا $42^\circ = \frac{أ ب}{13.5}$

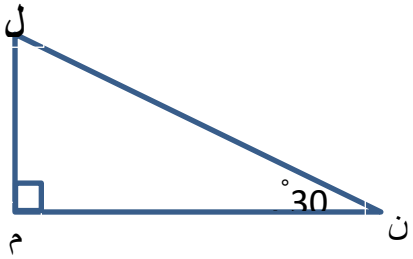
$\frac{أ ب}{13.5} = 0.6691$ ومنه، أ ب $= 13.5 \times 0.6691 = 9$ تقريباً

7) ل م ن مثلث قائم الزاوية في م، إذا كان قياس الزاوية ن $= 30^\circ$، فأجب عما يأتي:

أ) هل يمكن حل المثلث ل م ن؟

ب) هل يوجد حلول أخرى للمثلث؟

جـ) ما المعلومة اللازم توافرها ليكون الحل وحيداً؟



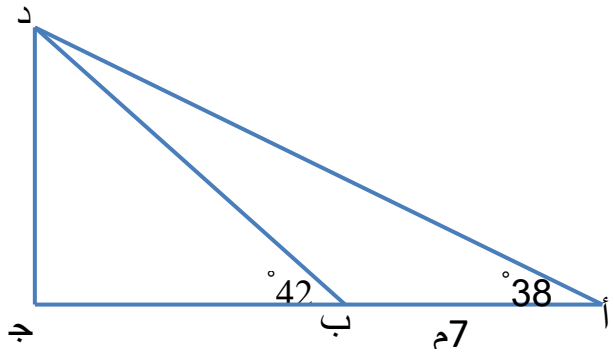
الحل:

أ) نعم

ب) هناك عدد غير منتهٍ من الحلول.

جـ) طول أحد الأضلاع

8) رصد هاشم قمة سارية علم، من نقطة أ بزاوية ارتفاع قياسها 38°، ثم تقدم 7م نحو السارية، ورصد قمة السارية مرة أخرى بزاوية ارتفاع قياسها 42°، جد ارتفاع السارية.



الحل:

$\text{ظا } 38^\circ = \frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}} = 0.7813$

د جـ = 0.7813× أ جـ

د جـ = 0.7813× (7 + ب جـ) .....(1)

$\text{ظا } 42^\circ = \frac{\text{د جـ}}{\text{ب جـ}}$

$\frac{\text{د جـ}}{\text{ب جـ}} = 0.9004$

د جـ = 0.9004× ب جـ .....(2)

0.7813× (7 + ب جـ) = 0.9004× ب جـ

5.4691 + 0.7813 ب جـ = 0.9004ب جـ

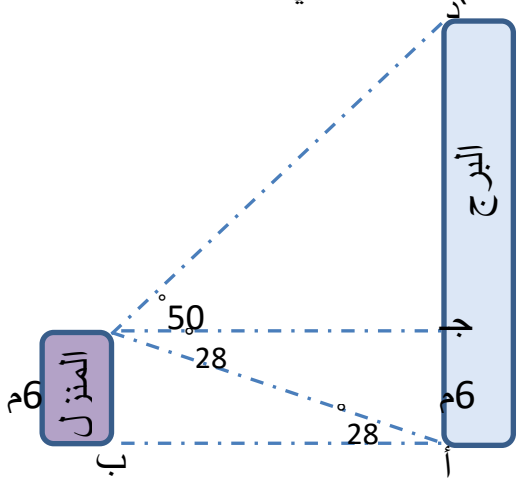
5.4691 = 0.9004ب جـ - 0.7813 ب جـ

5.4691 = 0.1191ب جـ ومنه، ب جـ = $\frac{5.4691}{0.1191}$ = 45.92م

د جـ = 0.7813× (7 + ب جـ) .....(1)

د جـ = 0.7813× (7 + 45.92) = 41.35م

9) يسكن شخص في منزل ارتفاعه 6أمتار، يقابله برج. رصد هذا الشخص من فوق منزله قمة البرج فكانت زاوية ارتفاعه 50°، ورصد أسفل البرج فكانت زاوية الانخفاض 28°، أنظر الشكل (7-64). جد ما يأتي:



أ) البعد بين المنزل والبرج.

ب) ارتفاع البرج.

الحل:

أ)البعد بين المنزل والبرج = أ ب

ظا 28° = $\frac{6}{\text{أ ب}}$

$\frac{6}{\text{أ ب}}$=0.5317

أ ب = $\frac{6}{0.5317}$ = 11.28م

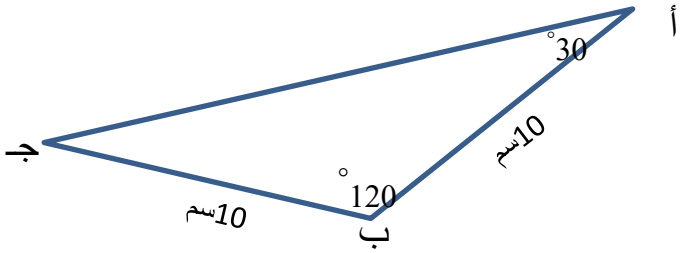
ب) ارتفاع البرج = د جـ + 6

ظا 50° = $\frac{\text{د جـ}}{11.28}$

$\frac{\text{د جـ}}{11.28}$=1.1917 ومنه، د جـ = 1.1917×11.28=13.44م

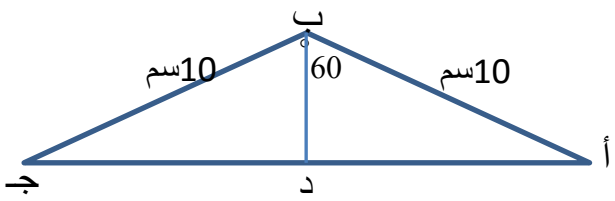
ارتفاع البرج = د جـ + 6 = 19.44م

10) في الشكل (7-64)، أ ب جـ مثلث منفرج الزاوية فيه: قياس الزاوية أ يساوي 30° وقياس الزاوية ب يساوي 120°، إذا كان طول أب = طول ب جـ = 10، أحسب محيط هذا المثلث.



الشكل (7- 64)

الحل:



$$\text{جا } 60^\circ = \frac{\text{أ د}}{10}$$

$$\frac{\text{أ د}}{10} = 0.866$$

أ د = 0.866×10=8.66سم

أ جـ = 2× أ د = 17.32سم لأن ب د ينصف أ جـ

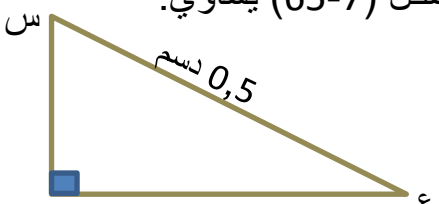
المحيط = أ ب + ب جـ + أ جـ

= 10 + 10 + 17.32 =37.32سم

اختبار ذاتي

1) يتكون هذا السؤال من 5 فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ولكل منها أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح، أنقل إلى دفترك رقم الفقرة، وأمامه رمز البديل الصحيح:

(1) جتا س في المثلث المرسوم في الشكل (7-65) يساوي:



الشكل (7-65)

أ) 1.33 ب) 0.80

جـ) 0.75 د) 0.60

(2) $\frac{\text{جا } 24^\circ}{\text{جا } 66^\circ}$ تساوي:

أ) 1 ب) 2 جا 24° جـ) ظا 24° د) ظا 66°

(3) القيمة العددية للمقدار: $\frac{\text{جا } 30^\circ}{\text{جتا } 60^\circ}$ + ظا 45°، يساوي:

أ) 5 ب) 4

جـ) 2 د) 1

(4) إذا كان 3 جا س = 6 جتا س، حيث س زاوية حادة، فإن ظا س يساوي:

أ) 6 ب) 3

جـ) 2 د) $\frac{1}{2}$

(5) إذا كان ظا س = 5، فإن ظا (90° - س) يساوي:

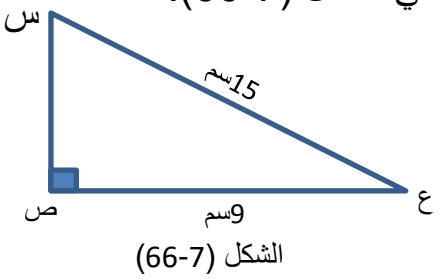
أ) 5 ب) 0.75

جـ) 1 د) $\frac{1}{5}$

الحل:

(1) د **(2)** جـ **(3)** جـ **(4)** جـ **(5)** د

2) جد قياس الزاوية س في المثلث المرسوم في الشكل (7-66).



الشكل (7-66)

الحل:

جا س = $\frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}}$ = $\frac{9}{15}$ = 0.6

س = 36.87°

3) في مثلث قائم الزاوية، إذا كان جيب زاوية حادة مساوياً لجيب تمامها، فماذا يمكن أن تستنتج عن هذا المثلث؟ برر إجابتك.

الحل:

جا س = جتا س

$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

طول الضلع المقابل للزاوية س = طول الضلع المجاور للزاوية س

أي أن المثلث متساوي الساقين وزواياه 45° ، 45° ، 90°

4) جد القيمة العددية للمقادير الآتية:

أ) جتا 55° – جا 35°

الحل:

جا 35° = جتا(90° - 35°) = جتا55°

جتا 55° – جا 35° = جتا 55° – جتا 55° = 0

ب) جتا^2 3 س + جتا^2 (90° - 3 س)، حيث 0° < س < 30° .

الحل:

جتا(90° - 3 س) = جا3س

جتا^2 3 س + جتا^2 (90° - 3 س)= جتا^2 3 س + جا^2 3 س = 1

5) حل المعادلة: جتا 3 س – جا 7س = 0، حيث 7 س يمثل قياس زاوية حادة.

الحل:

جتا 3 س – جا 7س = 0

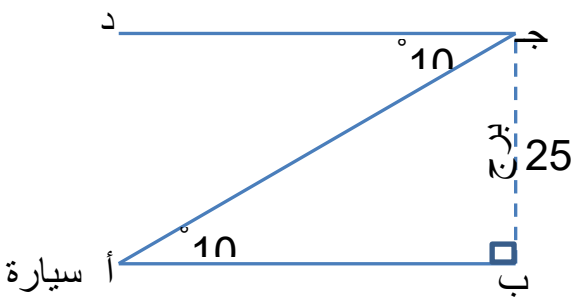
جتا 3 س = جا 7س

جتا 3 س = جتا (90° - 7 س)

3س = 90° - 7 س ومنه، 3س + 7س = 90°

10س = 90° ومنه، س = 9°

6) رصدت جنى سيارة من قمة برج ارتفاعه 25متر عن سطح الأرض، وكانت زاوية الانخفاض 10˚ ، جد:



أ) بعد السيارة عن قاعدة البرج.

ب) بعد السيارة عن قمة البرج.

الحل:

أ) بعد السيارة عن قاعدة البرج = أ ب

$$\text{ظا}10^\circ = \frac{25}{\text{أ ب}}$$

$$0.1763 = \frac{25}{\text{أ ب}}$$

$$\text{أ ب} = \frac{2}{0.1763} = 141.8\text{م}$$

ب) بعد السيارة عن قمة البرج = أ جـ

$$\text{جا}10^\circ = \frac{25}{\text{أ جـ}}$$

$$0.1736 = \frac{25}{\text{أ جـ}}$$

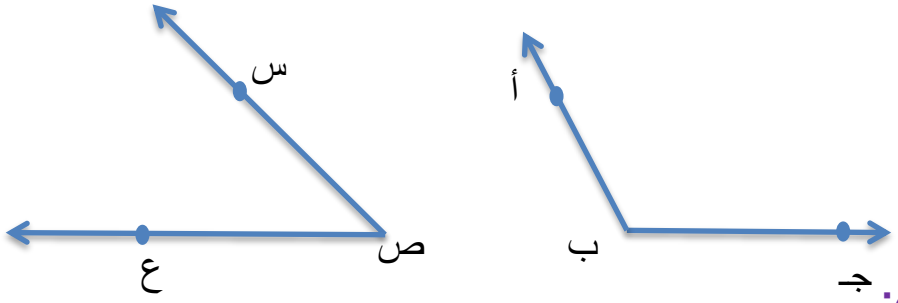
$$\text{أ جـ} = \frac{2}{0.1736} = 144\text{م}$$

الهندسة

الوحدة 8

تهيئة

1) باستخدام المنقلة جد قياس الزاويتين الآتيتين:



الحل:

$< أ ب جـ = 120^5$ $< س ص ع = 45^5$

2) استخدم المسطرة والفرجار في رسم زاوية قياسها 175^5، ورسم زاوية قياسها 22^5

الحل:

ترسم الزوايا بالقياس المطلوب باستخدام المسطرة والفرجار

3) ارسم المثلث ع ل و الذي فيه:

ع ل = 13 سم

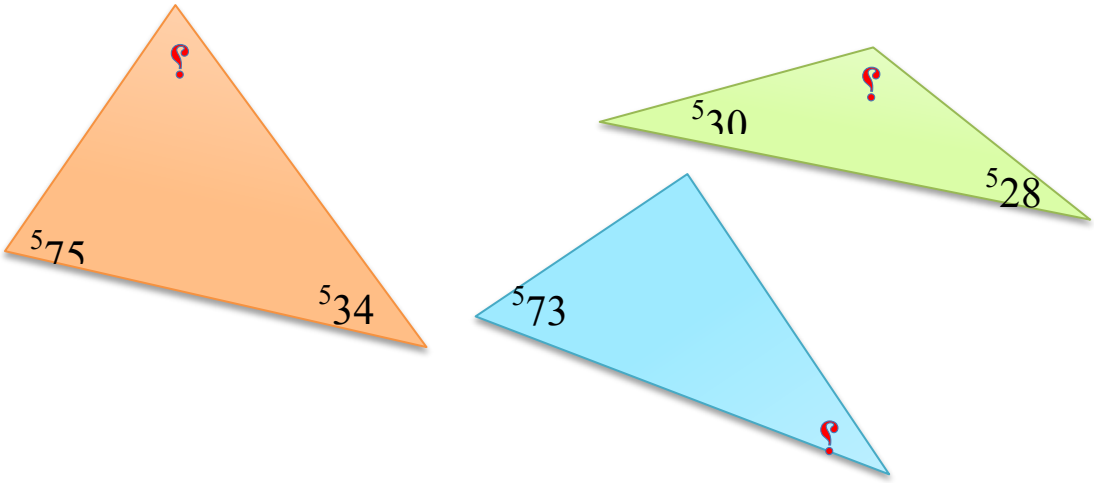
ع و = 15 سم

$ق < ع = 45^5$

الحل:

يرسم المثلث بالأدوات الهندسية

4) جد قياس الزاوية المجهولة في المثلثات الآتية:

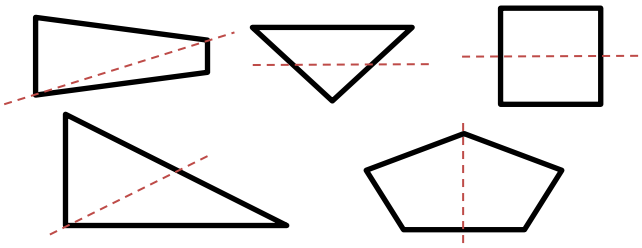


الحل:

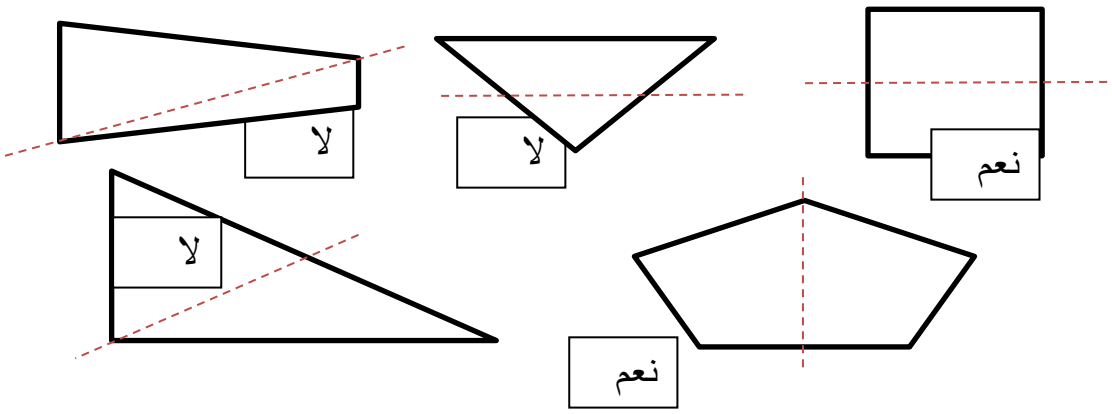
5^{122}، 5^{17}، 5^{71}

5) هل الخط المنقط في كل شكل من الأشكال الآتية هو خط تماثل للشكل؟

اجب بنعم أو لا.



الحل:



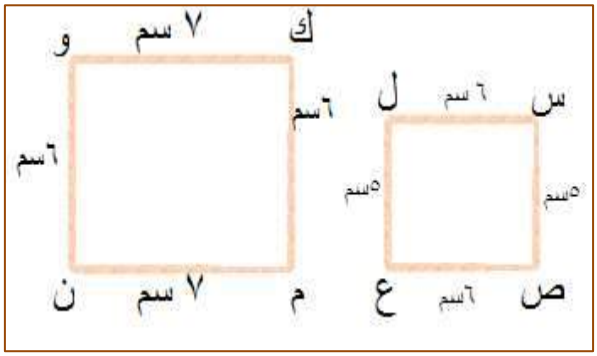
6) ميّز الأزواج المتطابقة في الأشكال الآتية:

الحل:

الدرس 8 – 1 التشابه

تدريب(8-1): في الشكل (8-4)

تحقق فيما اذا كان المستطيلين س ص ع ل ، ك م ن و متشابهان ،أم لا ؟ وبرر اجابتك.



الشكل (8-4)

الحل:

نقول أن المستطيلين متشابهين اذا كان لهما نفس عدد الاضلاع = 4،

قياسات الزوايا المتناظرة متساوية = 90^{5}، جميعها قائمة

اطوال الاضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{\text{س ص}}{\text{ك م}} = \frac{\text{ل ع}}{\text{و ن}} = \frac{5}{6}$$ وهكذا لباقي الاضلاع المتناظرة.

تدريب(8-2): أراد عماد تكبير صورته التي طولها 4سم، وعرضها 3سم ليصبح طولها 20سم، كم سيكون عرض الصورة بعد التكبير مع المحافظة على شكلها ؟

الحل:

$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15}$$ ومنه العرض = 15 سم

تمارين ومسائل

1) هل يمكن أن يكون المضلع الخماسي مشابهاً للمضلع الرباعي؟ فسر إجابتك.

الحل:

لا، عدد الأضلاع غير متساوي.

2) ما قيمة ع في الشكل (8-5)،علماً بأن الشكلين متشابهان؟

الحل:

ع = 8 سم

3) لدى رامة مغلفان مستطيلا الشكل، أحدهما طوله 22سم، وعرضه 10سم، والثاني طوله 33سم، وعرضه 12سم، هل المغلفان متشابهان؟

الحل:

لا

4) هل يمكنك رسم مضلعين يتساوى فيهما عدد الاضلاع وعدد الزوايا، ولكنهما غير متشابهين. اعط مثالاً لتدعم اجابتك.

الحل: نعم الرسم الاتي يبين ذلك

5) هل المستطيلان المتشابهان متكافئان؟ بيّن ذلك.

الحل:

لا، تناسب الاضلاع لا يعني تساويها

6) أ ب جـ د مربع فيه أ ب = 7 سم، ما عدد المربعات المشابهة للمربع أ ب جـ د والتي يمكنك رسمها بحيث تكون مختلفة الأبعاد؟

الحل:

عدد لا نهائي

الدرس 8 – 2 تشابهُ المثلثات

تدريب (8-3): ليكن أ ب جـ مثلثاً، ص نقطة على ب جـ ، س نقطة على أ جـ ،

أ ب] س ص بحيث ب جـ = 9 سم، أ جـ = 10.5 سم،

س جـ = 7 سم، أ ب = 4.5 سم، ص جـ = 6 سم،

أ) بيّن أن Δ أ ب جـ ~ Δ س ص جـ

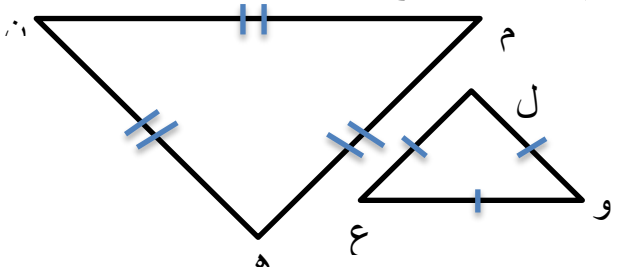
ب) احسب طول س ص

الحل:

أ) أب // س ص ومنه Δ أ ب جـ ~ Δ س ص جـ

ب) س ص = 3 سم

تدريب (8-4): في الشكل (8-9) هل Δ ل و ع ، يشابه Δ هـ ن ولماذا؟



الشكل (8-9)

الحل:

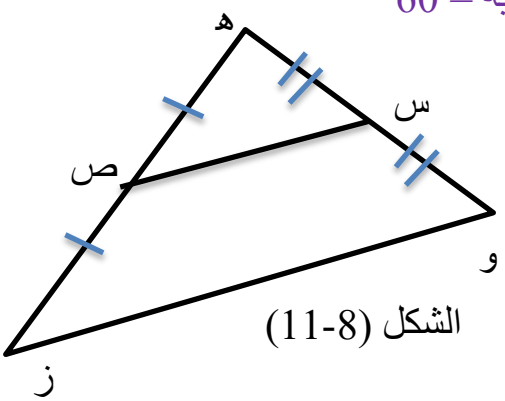
Δ ل و ع ، يشابه Δ هـ ن

لأن زوايا المثلث متساوي الأضلاع متساوية = 60^5

تدريب(8-5): في الشكل(8-11) هـ ز = 8 سم

ز و = 10سم، هـ س= 3 سم،

احسب طول $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{س ص}}$



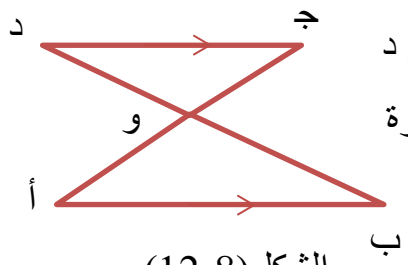
الشكل (8-11)

الحل:

هـ و = 6 سم ، س ص = 5 سم

تمارين ومسائل

1) في الشكل(8-12) المثلثان أ و ب، جـ و د متشابهان، سمّ زوجاً من الزوايا المتناظرة بسبب تشابه هذين المثلثين.



الشكل(8-12)

الحل:

< جـ = < أ، < د = < ب

2) وقف طالب أمام شجرة كما في الشكل(8-13)، ساعد الطالب في إيجاد طول الشجرة.

الحل:

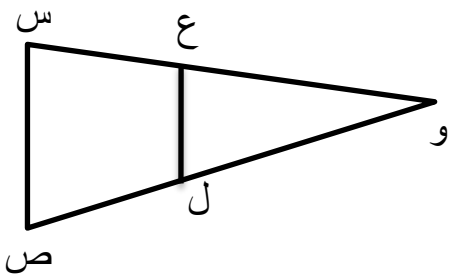
6 م

4) في الشكل(8-14)

ع ل] س ص، س ص = 5 سم،

ع ل = 3 سم، و ل = 8 سم،

احسب طول و ص.



الشكل (8-14)

الحل: 3/40

5) Δ هـ و ي، Δ ص ع س متشابهان، حيث و ي، هـ ي متناظران على التوالي مع ص س، ع س.

أ) اذكر الزوايا المتناظرة في هذين المثلثين.

ب) احسب طول ص س، ع س إذا علمت أن:

وي = 20 سم، هـ ي = 24 سم، هـ و = 32 سم، ص ع = 16 سم.

الحل:

أ) < و = < ص، < هـ = < ع، < ي = < س

ب) ص س = 10 سم، ع س = 12 سم.

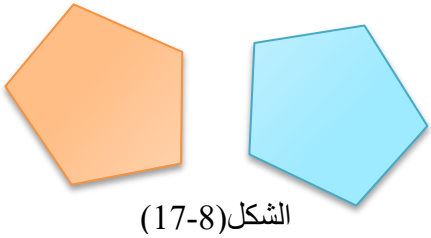
الدرس 8 – 3 التطابق

تدريب(8-6): في المثال السابق، قم بقياس أطوال الأضلاع المتناظرة، وقياس الزوايا المتناظرة، ثم ارسم شكلاً ثالثاً ش$_3$ حيث أن ش$_3$ يطابق كلاً من ش$_1$ ، ش$_2$. ماذا تلاحظ؟

الحل: الاشكال الثلاثة متطابقة

تدريب(8-7): جد قياسات كل من المضلعين في الشكل(8-17)

وقرر إن كانا متطابقين.



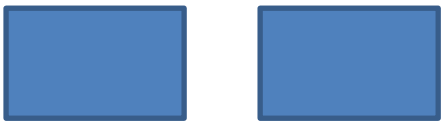
الشكل(8-17)

الحل:

تساوي عدد الأضلاع، تساوي قياسات الزوايا..... ومنه الشكلان متطابقان

تدريب(8-8): ارسم مضلعين متطابقين، وبيّن إذا كانا متكافئين.

الحل: متطابقين متكافئين



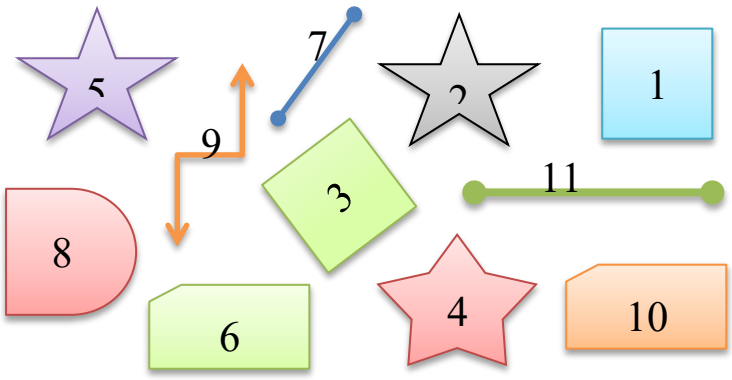
تمارين ومسائل

1) قطعتان مستقيمتان طول كل منهما يساوي 10 سم، هل هما متطابقتان؟ لماذا؟

الحل:

متطابقات، نفس الطول

2) عيّن الأشكال المتطابقة في الشكل(8-18)



الحل:

الشكل(8-18)

1،3 – 5،2 – 10، 6

2) ارسم دائرتين متطابقتين، واحسب مساحة كل منهما؟

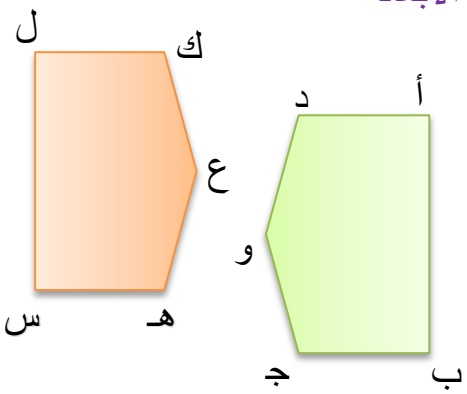
الحل:

3) هل جميع المستطيلات التي لها المساحة نفسها متطابقة؟ لماذا؟

الحل:

لا، تساوي المساحة لا تعني تساوي الأبعاد

5) الشكلان الموضحان في الشكل(8-19) متطابقان، اكتب جمل التطابق لهما.



الشكل(8-19)

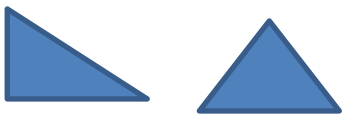
الحل:

تكتب كل الزوايا المتناظرة

وتكتب كل الاضلاع المتناظرة

6) هل يمكنك رسم مضلعين يتساوى فيهما عدد الاضلاع، ولكنهما غير متطابقين. اعط مثالاً لتدعم اجابتك

الحل:



7) أ ب جـ د مربع فيه أ ب = 7 سم، ما عدد المربعات المطابقة للمربع أ ب جـ د والتي يمكنك رسمها؟

الحل:

لا نهائي، لكن جميعها طول الضلع فيها = 7

الدرس 8 – 4 تطابق المثلثات

التدريبات

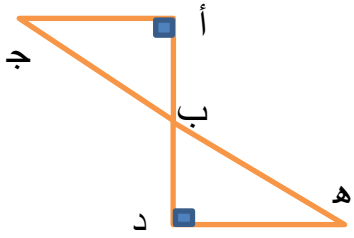
تدريب (8-9): في الشكل(8-22) على فرض أن المثلثين متطابقان جد قياس الزاوية س

الحل: س = 85^{5}

تدريب(8-10): في الشكل(8-25)

أ د ⊥ أ جـ

أ د ⊥ د هـ



الشكل(8-25)

ب تنصف جـ هـ،

ابحث في تطابق Δ أ ب جـ

و Δ ب د هـ

الحل:

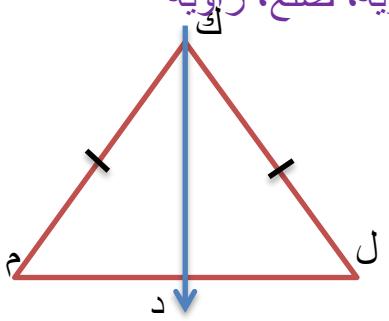
Δ أ ب جـ يطابق Δ ب د هـ، زاوية، ضلع، زاوية

تدريب(8-11): في الشكل(8-28)

$\overleftarrow{ك د}$ ينصف < م ك ل

$\overline{ك ل} = \overline{ك م}$

بين أن $\overline{ل د} = \overline{د م}$



الشكل(8-28)

الحل:

Δ أ ب جـ يطابق Δ ب د هـ، ضلع، زاوية، ضلع

تدريب(8-12): ليكن أ ب جـ د متوازي أضلاع بين أن : المثلثين أ ب د، جـ د ب متكافئان. لاحظ الشكل (8-31).

الحل:

المثلثين أ ب د، جـ د ب متكافئان.، بثلاثة أضلاع، اذا هما متكافئان.

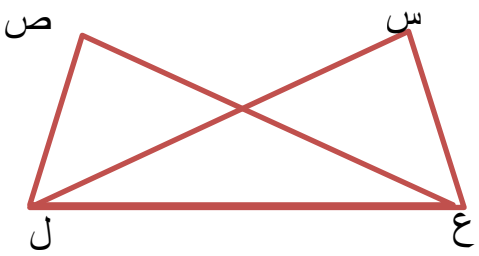
تمارين ومسائل

1) في الشكل(8-32) المثلثان س ع ل، ص ع ل متطابقان،

وقياس < ص ع ل = 30^5

قياس < س ع ص = 50^5

احسب قياس < ص ل ع



الشكل(8-32)

الحل:

قياس < ص ل ع

2) إذا كان ب ك ر، س هـ و مثلثين، فيهما:

< ك ر ب ففَ < هـ و س، < ك ب ر ففَ < هـ سَبوَ سَ وَفَ

فهل المثلثان متطابقان؟

الحل:

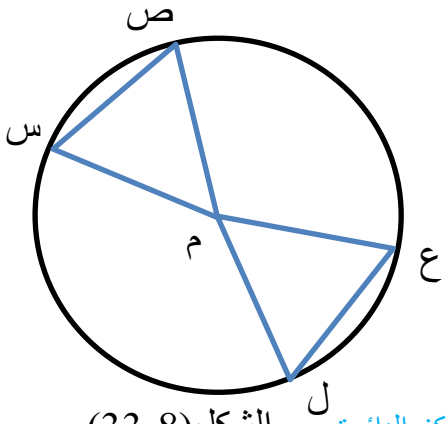
متطابقان بزاويتين وضلع محصور

3) في الشكل(8-33)،

$\overline{ل ع} = \overline{س ص}$

بيّن أن:

< ع م ل ففَ < ص م س حيث م مركز الدائرة



الشكل(8-33)

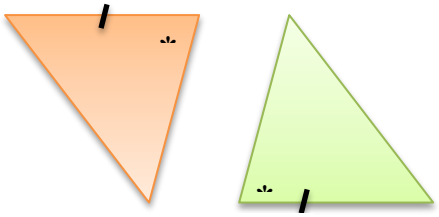
الحل:

تطابق بثلاث أضلاع ومنه < ع م ل ففَ < ص م س

4) اعتماداً على الشكل(8-34) هل يمكنك الحكم على تطابق المثلثين.

الحل:

لا يمكن الحكم على تطابقهما لعدم توفر الشروط الكافية للتطابق.



الشكل(8-34)

5) ارسم مثلثين متكافئين مساحة كل منهما تساوي 60 سم^2، هل بالضرورة أن يكونا متطابقين؟

الحل:

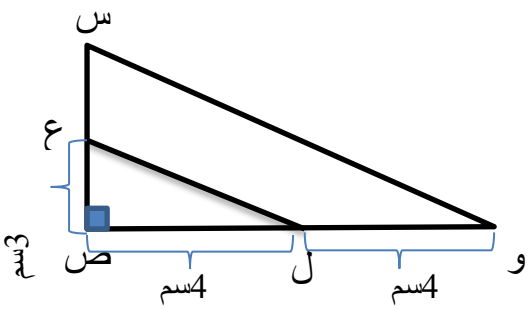
يمكن أن تكون المساحات متساوية ولكن الابعاد غير متساوية ، وبهذا فإنه ليس بالضرورة أن يكونا متطابقان.

مراجعة

1) في الشكل (8-35)

احسب طول الوتر في

المثلث س و ص.



الشكل (8-35)

الحل:

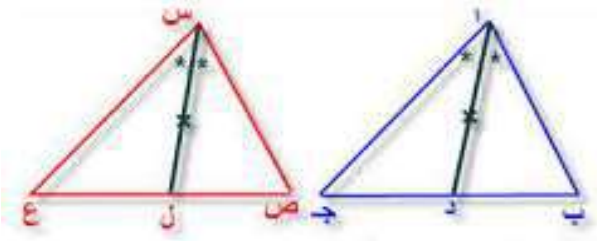
الوتر = 10 سم

2) تأمل الشكل(8-36)

ب جـ = ص ع

بيّن أن

Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع



الشكل (8-35)

الحل:

Δ أ ب د ≡ Δ س ص ل و Δ أ د جـ ≡ Δ س ل ع ضلعين وزاوية، ومنه

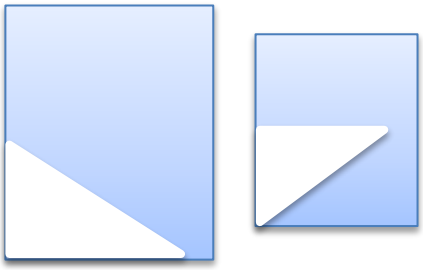
Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع

3) عمود كهرباء طوله 30م، إذا كان طول ظله في لحظة ما 40م، فما طول عمود آخر ملاصق له طول ظله 10م؟

الحل:

15 م

4) هل المثلثان المتشابهان متطابقان؟ فسر اجابتك.



الشكل (8-36)

الحل:

لا، والسبب: تطابق الزوايا تشابه لكنه ليس تطابق

5) انظر الشكل(8-36)، هل الشكلان متشابهان؟

الحل: نعم

6) أ ب ج، ع ص س مثلثان متشابهان بحيث أ ب، أ جـ متناظران على الترتيب مع س ع، س ص

أ) اذكر الزوايا المتناظرة في هذين المثلثين

ب) احسب س ص إذا علمت أن: س ع =10، أ جـ = 24، أب = 20

الحل:

أ) < س، < أ

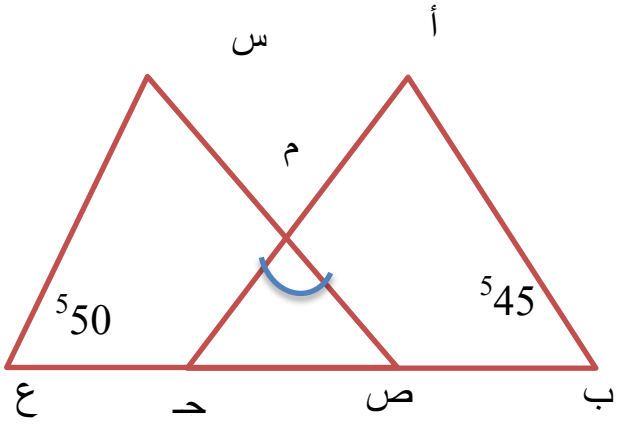
< ع، < ب

< ص، < جـ

ب) 48 سم

7) في الشكل(8-37) المثلثان أ ب جـ، س ص ع متطابقان، حيث أن قياس < أ ب جـ =45 ^{5} ، قياس < س ع ص = 50 ^{5}

جد قياس < ص م جـ ثم بيّن أن Δ م ص جـ يشابه Δ أ ب جـ



الشكل(8-37)

الحل:

قياس < ص م جـ = 85سم

Δ م ص جـ يشابه Δ أ ب جـ

بثلاث زوايا

اختبار ذاتي

1) ضع اشارة ض أمام العبارة الصحيحة، وإشارة ضض أمام العبارة الخاطئة فيما يأتي:

أ) الأشكال الهندسية المتطابقة جميعها متشابهة.

ب) إذا تشابه مضلعين فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة والزوايا المتناظرة متساوية.

جـ) المضلعان المتشابهان متطابقان.

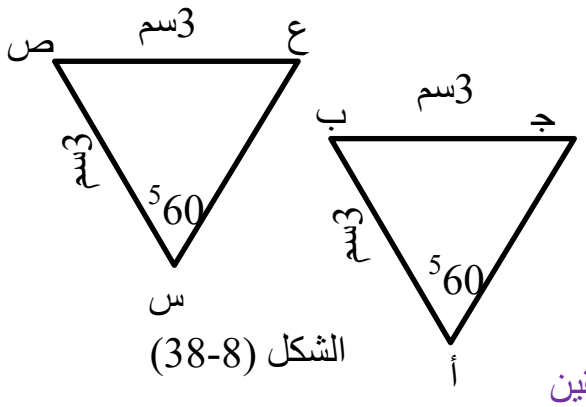
د) نسمي النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في الأشكال المتشابهة بمقياس الرسم.

هـ) المضلعان المتشابهين مع مضلع ثالث يكونان متشابهين.

الحل:

رمز العبارة	أ	ب	جـ	د	هـ
الإجابة	ض	ض	ضض	ض	ض

2) هل المثلثان أ ب جـ، س ص ع متشابهان؟ لماذا؟ انظر الشكل(8-38).

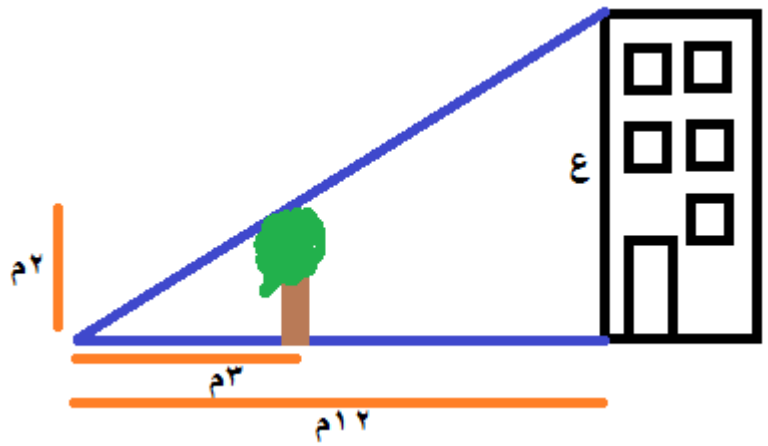


الشكل (8-38)

الحل:

نعم، والسبب أنهما متطابقين

3) أراد سيف حساب ارتفاع عمارة إذا كان طول ظلها 12 م، وطول شجرة امامها 2 م، وفي نفس الوقت كان طول ظل الشجرة 3 م، فكم سيكون ارتفاع تلك العمارة؟ انظر الشكل



الشكل(8-39)

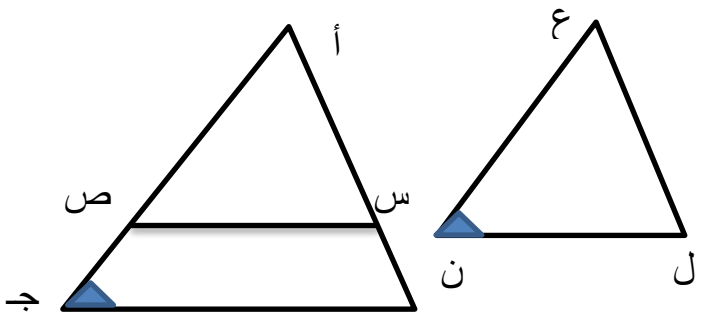
الحل:

من تشابه المثلثات 3/12 = ع/2 ، ومنه ع = 8م

4) في الشكل(8-40)، Δ أ ب جـ ~ Δ ع ل ن

أ ص = ع ن

س ص] ب جـ



الشكل (8-40)

أ) بين أن:

Δ أ س ص ففDelta ع ل ن

ب) استنتج أن:

$$\frac{\text{ل ن}}{\text{ب جـ}} \qquad \frac{\text{ع ل}}{\text{أ ب}} \qquad \frac{\text{ع ن}}{\text{أ جـ}}$$

الحل:

أ) < ص = < ن، من الشكل

< س = < ب، س ص] ب جـ

< ب = < ل ، تشابه مثلثات

ومنه < أ = < ع

ع ن = أ ص، من المعطيات

إذاً Δ أ س ص ففDelta ع ل ن

ب) Δ أ س ص ~ Δ أ ب جـ

ومنه نستنتج أن الأضلاع المتناظرة متناسبة أي أن:

$$\frac{\text{ل ن}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ع ل}}{\text{أ ب}} \qquad \frac{\text{ع ن}}{\text{أ جـ}}$$